

Belousov-Zhabotinsky 反応を用いたレザバー計算の提案と シミュレーション

公立ほこだて未来大学大学院システム情報科学研究科複雑系情報科学領域

○豊田 和人 (Kazuhito TOYOTA)*

香取 勇一 (Yuichi KATORI)† 櫻沢 繁 (Shigeru SAKURAZAWA)‡

高木 清二 (Seiji TAKAGI)§ 田中 吉太郎 (Yoshitaro TANAKA)¶

1 研究背景

近年、人間の学習能力をコンピューターで再現する「機械学習 (Machine Learning)」が盛んに研究されている。機械学習の手法の1つとして「ニューラルネットワーク (Neural Network, 以下, NN と示す)」と呼ばれる手法がある。NN とは、脳内神経細胞であるニューロンのネットワーク構造を模した数理モデルを指す。ニューロンは、電気信号を用いて情報伝達を行なっている。その際、ニューロン間の接合部であるシナプスの結合強度によって、情報の伝わりやすさが変わる。この結合強度を、NN では重みと表現する。NN において学習とは、出力層で人間が望む結果、つまり正しい答えが出力されるように重みを調整する作業を指す。

NN には大きく分けて2つの種類が存在する。それは、「順伝播型 NN (Feedforward Neural Network, 以下, FNN と示す)」と「再帰的 NN (Recurrent Neural Network, 以下, RNN と示す)」である。FNN では、情報が入力層から出力層に向かって一方向に流れるという特徴がある。また、FNN は画像認識処理や手書き文字認識などに用いられる。

一方 RNN では、中間層で行なわれた処理の結果も次の時刻で入力として中間層に与えられる。つまり、前の時刻の情報も中間層に影響を与える。そのため、RNN では時系列データを扱うことができ、機械翻訳や音声認識などに用いられる。

しかし、RNN は全ての重みの調整が必要であるため、計算コストが非常に高い。そこで、「レザバー計算 (Reservoir Computing)」と呼ばれる新たな RNN モデルが提案された [1]。構造は従来の RNN と同じであるが、調整する重みが中間層 (レザバー) から出力層への重み W^{out} のみである (図 1)。そのため、計算コストを削減することができることが特徴として挙げられる。

また、レザバー計算では W^{out} 以外の重みは調整を必要としないことから、レザバー部分を物理現象に置き換え、物理現象のダイナミクスをそのままレザバーとして活用することができる。この

* E-mail: g2120030@fun.ac.jp

† 公立ほこだて未来大学, E-mail: katori@fun.ac.jp

‡ 公立ほこだて未来大学, E-mail: sakura@fun.ac.jp

§ 公立ほこだて未来大学, E-mail: s-takagi@fun.ac.jp

¶ 公立ほこだて未来大学, E-mail: y-tanaka@fun.ac.jp

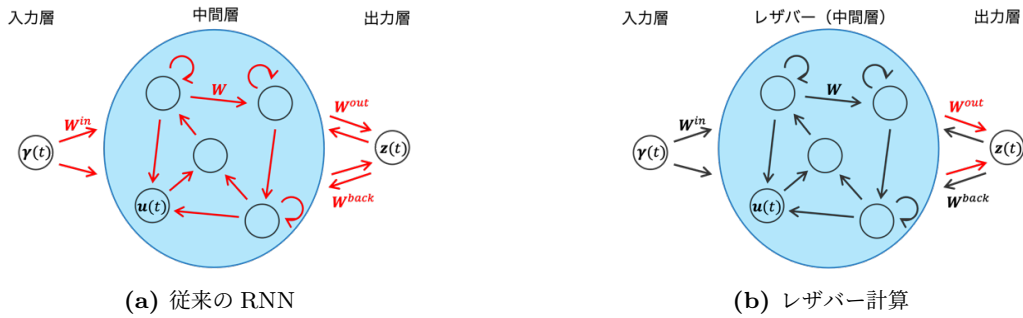


図 1: RNN とレザバー計算の違い. 赤矢印は調整する重みを表す. 黒矢印は固定の重みを表す.

ように物理現象をレザバーとしたレザバー計算は、一般に「物理レザバー計算 (Physical Reservoir Computing)」と呼ばれている。これまでにバケツの水面 [2] や、タコ腕を模したソフトマテリアル [2]、流体 [3] をレザバーに用いた物理レザバー計算が報告されている。しかし、実装されている物理現象は多くはない。そのため、物理レザバー計算に関する研究が発展途上であるという現状がある。

2 研究目的・手段

本研究では、どのくらい広い類の物理現象で物理レザバー計算が可能であるかどうかを検証するために、化学反応系を用いた新たな物理レザバー計算を提案することを目的とする。新たな物理レザバー計算を提案することによって、物理レザバー計算の研究の振興に資することができると考えた。また化学反応は、物質の量や濃度を調整することによって、状態を意図的に変えることができるため、物理レザバー計算に適していると考えた。

本研究では、近年盛んに研究されており、実験の手法がよく知られている Belousov-Zhabotinsky 反応（以下、BZ 反応と示す）と呼ばれる化学反応を用いた物理レザバー計算を提案する。

また、物事の「予測」は生物学的なものであるため、予測を行なうという行為は無生物には非常に難しいことであると考えられる。そこで、無生物である物質に物事の「予測」が可能であるかどうかを理論的に検証することを目的とする。

本研究は、BZ 反応をレザバーに用いた物理レザバー計算が実現可能かどうかを、数値シミュレーションを用いて理論的・数値的に明らかにする。数値シミュレーションは、反応拡散系の反応項に BZ 反応のモデル式を導入した系を用いて行なう。

3 提案モデル

3.1 BZ 反応

BZ 反応とは、酸化還元反応がゆっくり周期的に進行する化学反応である。生命の代謝モデルの実験過程で発見されたと言われている。BZ 反応は、酸化剤、還元剤、酸、金属触媒の 4 種類の化合物を混合することによって起こすことができる。ビーカー内で化合物を混合させ、水溶液を攪拌するとビーカー内の水溶液の色が赤から青へ、青から赤へと周期的に変化する。

シャーレ上で反応を起こすと、時空間パターンができることが知られている。拡散の効果により、



(a) 酸化状態



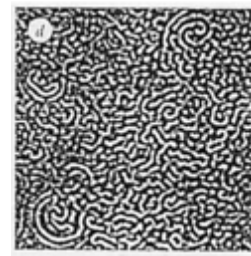
(b) 還元状態

図 2: ビーカー内の様子

溶液面にターゲット状の模様や渦巻の模様，時空間カオス [4] などのパターンが出現する (図 3)．化合物の濃度や量を調整すると，出現するパターンが変化する．



(a) ターゲット状の模様



(b) 時空間カオス [4]

図 3: シャーレ上の様子

3.2 BZ 反応を記述するモデル

BZ 反応を記述するモデルはいくつかあるが，ここでは代表的なモデルを 2 つ示す．

1 つ目に，Oregonator (オレゴネータ) である．オレゴネータは，金属触媒にセリウムを用いた場合のモデルである．オレゴネータは BZ 反応を記述する最も簡易的なモデルであり，次の 2 変数系で表される．ここで，未知変数 $x = x(\tau)$, $z = z(\tau)$ はそれぞれ HBrO_2 , Ce^{4+} の濃度を表し， ε, f, q は定数パラメータである．また， $\tau > 0$ は時間である．

$$\begin{cases} \varepsilon \frac{dx}{d\tau} = x(1-x) - fz \frac{x-q}{x+q} \\ \frac{dz}{d\tau} = x - z \end{cases} \quad (1)$$

2 つ目に，Györgyi-Field (ジョルジ・フィールド) モデル (以下，GF モデルと示す) である．GF モデルも金属触媒にセリウムを用いた場合のモデルであるため，オレゴネータと同じ系統のモデルであると言える．オレゴネータとの違いとして，臭化マロン酸が変数として追加されたことと，臭化物イオンの生成過程が追加されたことが挙げられる．故に GF モデルは，オレゴネータよりも BZ 反応を詳しく記述できるモデルであり，次の 3 変数系で表される．ここで，未知変数 $x = x(\tau)$, $z = z(\tau)$, $v = v(\tau)$ はそれぞれ HBrO_2 , Ce^{4+} , $\text{BrCH}(\text{COOH})_2$ の濃度， $k_i (i = 1, 2, \dots, 7, f)$

は速度定数を表し, $A, M, C, H, \alpha, \beta, T_0, X_0, Y_0, Z_0, V_0$ はパラメータである.

$$\begin{cases} \frac{dx}{d\tau} = T_0 \left\{ -k_1 H Y_0 x \tilde{y} + \frac{k_2 A H^2 Y_0 \tilde{y}}{X_0} - 2k_3 X_0 x^2 + \frac{1}{2} k_4 A^{\frac{1}{2}} H^{\frac{3}{2}} X_0^{-\frac{1}{2}} (C - Z_0 z) x^{\frac{1}{2}} \right. \\ \quad \left. - \frac{1}{2} k_5 Z_0 x z - k_f x \right\} =: F(x, z, v) \\ \frac{dz}{d\tau} = T_0 \left\{ k_4 A^{\frac{1}{2}} H^{\frac{3}{2}} X_0^{\frac{1}{2}} \left(\frac{C}{Z_0} - z \right) x^{\frac{1}{2}} - k_5 X_0 x z - \alpha k_6 V_0 z v - \beta k_7 M z - k_f z \right\} \\ \frac{dv}{d\tau} = T_0 \left\{ \frac{2k_1 H X_0 Y_0 x \tilde{y}}{V_0} + \frac{k_2 A H^2 Y_0 \tilde{y}}{V_0} + \frac{k_3 X_0^2 x^2}{V_0} - \alpha k_6 Z_0 z v - k_f v \right\} =: H(x, z, v) \end{cases} \quad (2)$$

ただし,

$$T_0 = \frac{1}{10k_2 A H C}, X_0 = \frac{k_2 A H^2}{k_5}, Y_0 = \frac{4k_2 A H^2}{k_5}, Z_0 = \frac{C A}{40M}, V_0 = \frac{4A H C}{M^2},$$

$$\tilde{y} = \tilde{y}(x, z, v) := \frac{\alpha k_6 Z_0 V_0 z v / (k_1 H X_0 x + k_2 A H^2 + k_f)}{Y_0}$$

であり, x と v の非線形項を F と H とした.

BZ 反応のカオスが GF モデルによって記述できることが報告されている [5][7]. GF モデルは, k_f の値を変化させることによって, 出現する時系列パターンが変化する. 分岐解析ソフト「AUTO」を用いて GF モデルの分岐を調べた. 以下に分岐図を示す. ただし, x^*, z^*, v^* は平衡点を表す.

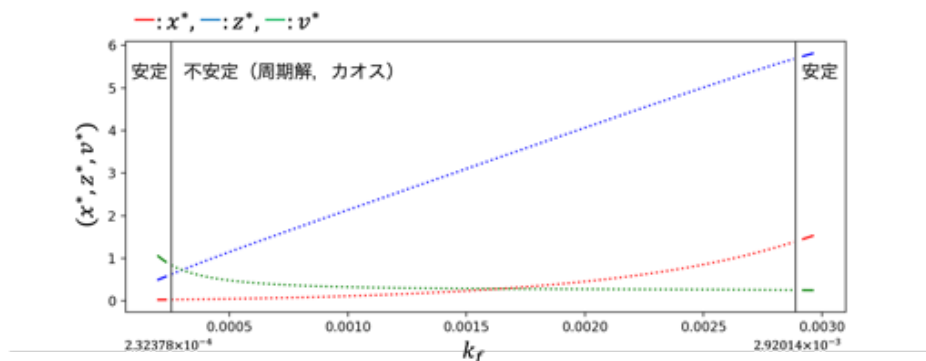


図 4: GF モデルの分岐図

3.3 提案手法

本研究では, シャーレ上における HBrO_2 濃度の時空間パターンをレザバーと見立てて物理レザバー計算を行なう (図 5).

シャーレ上に任意の点を置き, その点の HBrO_2 濃度を素子として, 素子の時系列データを保存する. 素子の時系列データが素子の数だけ得られる. 素子の数だけ存在する時系列データを重ね合わせることで, 様々な時系列パターンの予測ができるか数値シミュレーションで検証する.

また, 本研究では数値シミュレーションに用いるモデルとして GF モデルを用いる. 物理レザバー計算では中間層で複雑な挙動を起こす必要がある. しかし, 2 変数系からはカオスが生じないため, BZ 反応のカオスを記述することのできる 3 変数系の GF モデルを採択した.

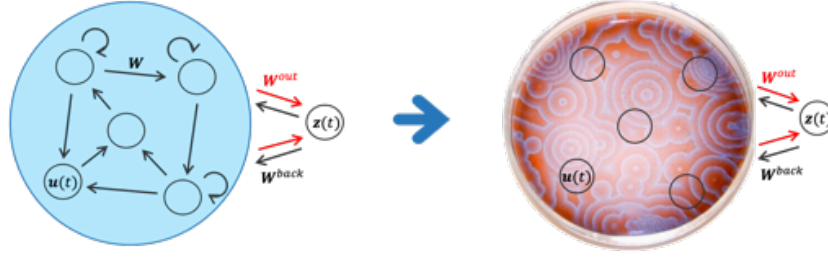


図 5: イメージ図

3.4 光刺激

BZ 反応は白色光によって反応が抑制される性質があるため、光を当てることで反応が変化する [5][6]. 本研究では、この性質を利用して、中間層である BZ 反応に教師データを光刺激として入力する. 出力として望む時系列データのように、光の強さを変化させながら当てることを想定する. つまり、与える光の強さが教師データとなっている.

また、光を当てることで反応が変化するため、数値シミュレーションを行なう際には、通常の GF モデルを直接用いるのではなく、光刺激による反応を考慮した方程式を解く必要がある. そのため、質量作用の法則を用いて、GF モデルに光刺激の項を導入した方程式を利用する.

光刺激の項を導入するために、次のような過程を考える. 以下の式は、物質 Z が光エネルギー $h\nu$ を吸収して物質 Y を生成する過程である [5][6]. BZ 反応の場合、 Y は Br^- 、 Z は Ce^{4+} を表す.



また、光を当てる領域 Ω_i を以下のように与える：

$$\begin{cases} \chi_i(x, y) = \begin{cases} 1, & (x, y) \in \Omega_i \\ 0, & (x, y) \notin \Omega_i \end{cases} \\ \Omega_i = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x - l_i)^2 + (y - m_i)^2 \leq r^2\}. \end{cases} \quad (4)$$

ここで、光を当てる点のうち、 i 番目 ($i \in \mathbb{N}, i = 1, 2, \dots, p$) の点の中心座標を (l_i, m_i) 、半径を r と定義する. これを用いると、簡略化した白色光を考慮した GF モデルは、以下の 3 変数系で与えられる. ただし、 p は光を当てる点の個数を表す.

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial \tau} = F(u, z, v) \\ \frac{\partial z}{\partial \tau} = T_0 \left\{ k_4 A^{\frac{1}{2}} H^{\frac{3}{2}} U_0^{\frac{1}{2}} \left(\frac{C}{Z_0} - z \right) u^{\frac{1}{2}} - k_5 U_0 u z - \alpha k_6 V_0 z v - \beta k_7 M z \right. \\ \quad \left. - z \gamma(\tau) \sum_{i=1}^p \chi_i(x, y) - k_f z \right\} =: G(u, z, v, \gamma(\tau), \{\chi_i(x, y)\}_i) \\ \frac{\partial v}{\partial \tau} = H(u, z, v) \end{cases} \quad (5)$$

ここで、 z の非線形項を G とした. k_f の値を変化させることによって BZ 反応の挙動が変化するため、本研究では k_f をパラメータとして、 $k_f = 2.32378 \times 10^{-4}$ と $k_f = 2.92014 \times 10^{-3}$ の間で学習に適した値を探す.

3.5 数理モデリング

数値シミュレーションで解く方程式を以下に示す. $(x, y) \in \Omega := [0, L] \times [0, L], u = u(x, y, t), z = z(x, y, t), v = v(x, y, t)$ とする. 拡散項を加えた以下の反応拡散系を考える:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u + F(u, z, v) \\ \frac{\partial z}{\partial t} = D_1 \Delta z + G(u, z, v, \gamma(t), \{\chi_i(x, y)\}_i) \\ \frac{\partial v}{\partial t} = D_2 \Delta v + H(u, z, v) \end{cases} \quad (6)$$

ここで, $D_1 = D_z/D_u, D_2 = D_v/D_u$ は拡散係数比とする. また, 境界条件は斉次ノイマン境界条件を用いる.

学習前は $\gamma(t)$ に教師データ $d(t) + c$ を与える. c は教師データが負の値を取らないように調整するためのパラメータである. 学習後は $\gamma(t)$ に出力である出力重みと素子の積の総和 $\sum_{i=1}^n W_i^{out} u_i(t) + c$ を与える. n は素子の個数を表す.

素子の座標は $(x_n, y_n) = (a + \xi \times (n - 10 \lfloor \frac{n}{10} \rfloor), a + \xi \times \lfloor \frac{n}{10} \rfloor)$ で定義する. ここで, $[\cdot]$ はガウスの記号とし, a, ξ は正の実数とする.

時刻 t が $t \in [0, t_1)$ の間, Ω 上で (6) を解き, BZ 反応の挙動を起こす (図 6). 本研究の数値シミュレーションでは初期値はランダムとした. また $\mathbf{u}(t)$ は n 個の素子上の濃度を表しており, 以下の式で定義される.

$$\mathbf{u}(t) := \begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_n(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u(x_1, y_1, t) \\ u(x_2, y_2, t) \\ \vdots \\ u(x_n, y_n, t) \end{pmatrix} \quad (7)$$

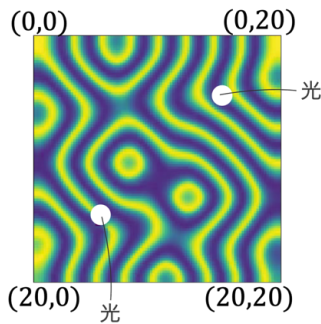


図 6: 数値シミュレーションの様子

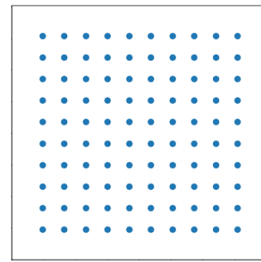


図 7: 素子の位置

$t = t_0 + k\Delta t (k = 0, 1, \dots, 1/\Delta t - 1, 0 < \Delta t < 1)$ として, 各時刻で素子上の時系列データの線形和 $\sum_{i=1}^n W_i^{out} u_i(t)$ が教師データ $d(t)$ に等しくなるように, 重み $\{W_i^{out}\}_{i=1, \dots, n}$ を決める. つまり, 以下の方程式を考える:

$$\sum_{i=1}^n W_i^{out} u_i(t_0 + k\Delta t) = d(t_0 + k\Delta t), \quad k = 0, 1, \dots, \frac{1}{\Delta t} - 1 \quad (8)$$

この連立方程式は、以下の行列とベクトル

$$M := \begin{pmatrix} u_1(t_0) & u_2(t_0) & \cdots & u_n(t_0) \\ u_1(t_0 + \Delta t) & u_2(t_0 + \Delta t) & \cdots & u_n(t_0 + \Delta t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_1(t_0 + (1/\Delta t - 1)\Delta t) & u_2(t_0 + (1/\Delta t - 1)\Delta t) & \cdots & u_n(t_0 + (1/\Delta t - 1)\Delta t) \end{pmatrix},$$

$$T := \begin{pmatrix} d(t_0) \\ d(t_0 + \Delta t) \\ \vdots \\ d(t_0 + (1/\Delta t - 1)\Delta t) \end{pmatrix}, \quad (\mathbf{W}^{out})^t := \begin{pmatrix} W_1^{out} \\ W_2^{out} \\ \vdots \\ W_n^{out} \end{pmatrix}$$

を用いると、

$$M(\mathbf{W}^{out})^t = T$$

と表すことができる。これらの M と T を以下の式に代入して \mathbf{W}^{out} の計算を行なう。

$$(\mathbf{W}^{out})^t = (M^t M + \lambda_0 I)^{-1} M^t T \quad (9)$$

ここで右上の t は転置、 $1 \gg \lambda_0 > 0$ は正規化パラメータ、 I は n 次の単位行列を表す。

\mathbf{W}^{out} の学習後は、 $\sum_{i=1}^n W_i^{out} u_i(t)$ が $d(t)$ に近似できていると期待できるので、光刺激を教師データ $d(t) + c$ から出力 $\sum_{i=1}^n W_i^{out} u_i(t) + c$ に変更した、以下の式を用いて数値シミュレーションを行なう。

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u + F(u, z, v) \\ \frac{\partial z}{\partial t} = D_1 \Delta z + G\left(u, z, v, \sum_{i=1}^n W_i^{out} u_i(t) + c, \{\chi_i(x, y)\}_i\right) \\ \frac{\partial v}{\partial t} = D_2 \Delta v + H(u, z, v) \end{cases} \quad (10)$$

教師データと同じグラフに出力 $z(t) = \mathbf{W}^{out} \mathbf{u}(t)$ を表示させて、教師データ $d(t)$ を近似出来ているかを確認する。

4 結果

提案したモデルを評価するため、時系列データを用いた時系列予測を行なった。その結果を示す。グラフは上から順に、学習前の素子の時系列データ、学習前の教師データ、学習後の素子の時系列データ、出力結果、出力結果の拡大図を表す。4つ目と5つ目のグラフは青の線が教師データ、オレンジの線が出力データを表し、横軸は時間を表す。1つ目と3つ目のグラフは素子の時系列データであるため、全部で n 本の曲線が描かれている。

4.1 周期的な時系列の予測

教師データは $d(t) = \frac{3}{10} \sin 190t$ とし、パラメータは $k_f = 1.544 \times 10^{-3}$ とした。図8に結果を示す。

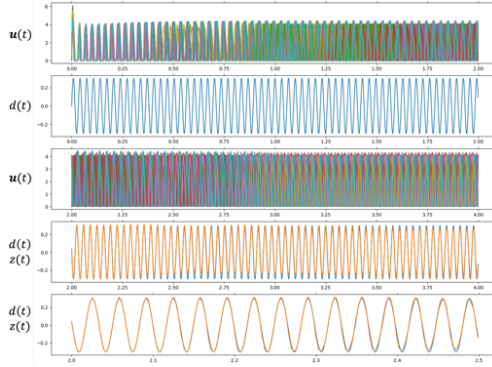


図 8: $d(t) = \frac{3}{10} \sin 190t$ の時系列予測の結果. パラメータは, $n = 100, a = 0.7, \xi = 1.7, L = 20, dx = 0.1, dt = 0.00001, \Delta t = 0.001, t_0 = 1.0, t_1 = 2.0, D_1 = 0.6, D_2 = 1.0, (l_i, m_i) = (5, 15), (15, 5), (i = 1, 2), r = 0.3, c = 0.3, k_1 = 4.0 \times 10^6, k_2 = 2.0, k_3 = 3.0 \times 10^3, k_4 = 55.2, k_5 = 7.0 \times 10^3, k_6 = 0.09, k_7 = 0.23, A = 0.1, M = 0.25, H = 0.26, C = 0.000833, \alpha = 666.7, \beta = 0.3478, k_f = 1.544 \times 10^{-3}, \lambda_0 = 0.1$ とした.

5つ目のグラフより, 若干のずれはあるが, 形状はほぼ教師データと同じ sin 波が出力できていることがわかる.

次に, 教師データを周期が半分である $d(t) = \frac{3}{10} \sin 95t$ とし, パラメータは $k_f = 2.71 \times 10^{-3}$ とした. 図 9 に結果を示す.

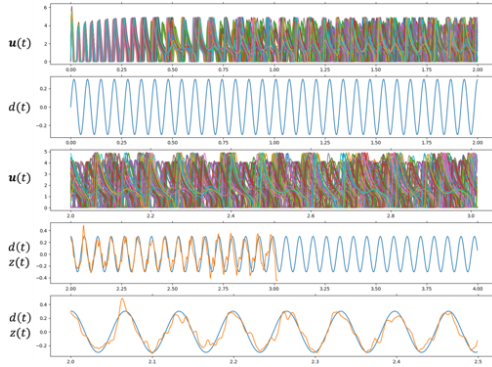


図 9: $d(t) = \frac{3}{10} \sin 95t$ の時系列予測の結果. パラメータは, $n, a, \xi, L, dx, dt, \Delta t, t_0, t_1, D_1, D_2, (l_i, m_i), r, c, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6, k_7, A, M, H, C, \alpha, \beta, \lambda_0$ は図 8 と同じとし, $k_f = 2.71 \times 10^{-3}$ とした.

5つ目のグラフより, $d(t) = \frac{3}{10} \sin 190t$ の結果より精度は良くないが, 時系列を追うような sin 波が出力できていることがわかる. また, オレンジの線が途中で途切れているのは, 非線形性が強く, 計算が途中で発散してしまったためである.

4.2 カオス的な時系列の予測

カオス的な時系列データとして, Mackey-Glass (マッキー・グラス) 方程式の解を用いる. 教師データは $d(t) = f(t), f(t + dt) = f(t) + \delta \left(\frac{0.2f(t - \tau/\delta)}{1 + f(t - \tau/\delta)^{10}} - 0.1f(t) \right), \tau = 17, \delta = 0.02$ とし,

パラメータは $k_f = 2.633 \times 10^{-3}$ とした。マッキー・グラス方程式は、パラメータの設定次第で複雑な時系列になる。マッキー・グラス方程式の学習が成功すると、BZ 反応を用いた物理レザバー計算で非周期的な複雑な時系列も予測できると考えられる。図 10 に結果を示す。

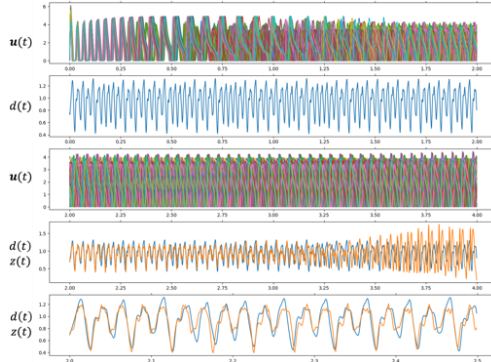


図 10: マッキー・グラス方程式の時系列予測の結果。パラメータは, $n, a, \xi, L, dx, dt, \Delta t, t_0, t_1, D_1, D_2, (l_i, m_i), r, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6, k_7, A, M, H, C, \alpha, \beta, \lambda_0$ は図 8 と同じとし, $c = 0, k_f = 2.633 \times 10^{-3}$ とした。

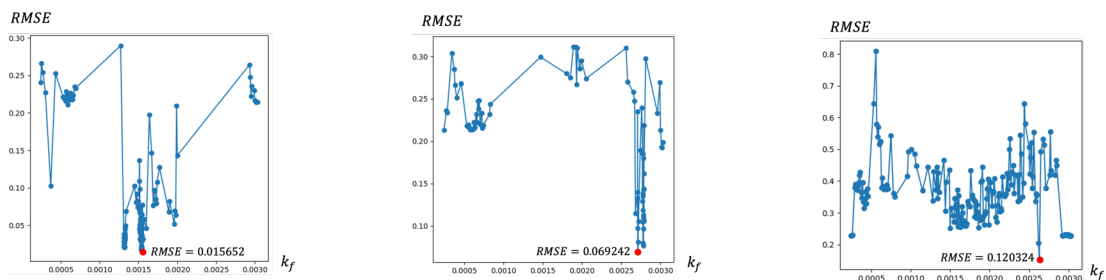
おおよそ $t = 3.0$ まで, すなわち dt を 1 ステップとすると, 最初の 100000 ステップは教師データに近い出力が得られていることがわかる。

4.3 誤差の計測

パラメータ k_f の値を変化させた時の予測性能の解析を行なう。 k_f の値ごとに, 教師データと出力データとの平均平方二乗誤差 (Root Mean Square Error, 以下, RMSE と示す) を $t_{\text{start}} \leq t \leq t_{\text{end}}$ で計測する。RMSE は以下の式を用いる。

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{t_{\text{end}} - t_{\text{start}}} \int_{t_{\text{start}}}^{t_{\text{end}}} \{d(t) - z(t)\}^2 dt} \quad (11)$$

パラメータ k_f と計測された RMSE の相関図を図 11 に示す。



(a) $d(t) = \frac{3}{10} \sin 190t$ の予測誤差 (b) $d(t) = \frac{3}{10} \sin 95t$ の予測誤差 (c) マッキー・グラス方程式の予測誤差

図 11: 計測した予測誤差。赤い点が数値シミュレーションで用いた値を示す。 $t_{\text{start}} = 2.0, t_{\text{end}} = 2.5$ とした。

RMSE の計測結果より, 非常に限られたパラメータ領域で誤差が小さくなることがわかる。

5 まとめと今後の展望

数値シミュレーションの結果から、提案したモデルは、数理モデリングの観点から BZ 反応を用いた物理レザバー計算で時系列予測が可能であることが明らかになった。周期関数である sin 波は、教師データに近い sin 波を再現することができた。また、マッキー・グラス方程式は、解に近い時系列データを有限時刻まで再現することができた。学習が成功する k_f は、2 回目のホップ分岐点近くが多いと考えられる。

今後は、次の 3 点について検討をしている。1 点目は、数学的な解析をすることである。今回学習が成功した理由を数学的な観点から突き詰めたり、学習成功の条件を導き出すことによって、他の物理レザバー計算に応用できることが考えられる。2 点目は、学習精度を向上させることである。提案したモデルは、誤差はまだ大きいため、精度を上げることが今後の課題となる。また、マッキー・グラス方程式は、 t を大きくした場合でも、望ましい出力が得られるようなパラメータを探す必要がある。3 点目は、数値シミュレーションを元に、実際の化学反応を用いて実験をすることである。数値シミュレーションで時系列予測が可能であることを示すことができたので、実際の化学反応で BZ 反応を用いた物理レザバー計算に拡張することができると考えられる。

謝辞

本研究を遂行するにあたって、宮崎大学工学教育研究部工学基礎教育センターの出原浩史准教授には、分岐解析ソフト「AUTO」の使用方法をご教授いただきました。心より感謝申し上げます。

参考文献

- [1] H. Jaeger, “A tutorial on training recurrent neural networks, covering BPPT, RTRL, EKF and the “echo state network” approach”, GMD Report 159, German National Research Center for Information Technology, pp.1-46, 2002.
- [2] Kohei Nakajima, “Physical reservoir computing -an introductory perspective”, Jpn. J. Appl. Phys. 59 060501, pp.1-13, 2020.
- [3] Ken Goto, Kohei Nakajima, Hirofumi Notsu, “Twin vortex computer in fluid flow”, New J. Phys. 23 06305, pp.1-14, 2021.
- [4] Q. Ouyang, J. M. Flesselles, “Transition from spirals to defect turbulence driven by a convective instability”, VOL 379, NATURE, pp.143-146, 1996.
- [5] 三池秀敏, 森義仁, 山口智彦, 「非平衡系の化学 III 反応・拡散系のダイナミクス」, 講談社, 1997.
- [6] V. Gáspár, et al., ”Z. phys. Chemie, Leipzig”, VOL 264, pp.43, 1983.
- [7] L. Györgyi, R. J. Field, “A three-variable model of deterministic chaos in the Belousov-Zhabotinsky reaction”, VOL 355, NATURE, pp.808-810, 1992.