

# クラウド量子コンピュータを用いた量子アルゴリズムの実装について

Implementation of quantum algorithm by cloud quantum computer

桜井 一誓 (信州大学大学院 総合理工研究科 工学専攻 機械システム工学分野)

Kazutoshi Sakurai

Department of Engineering,  
Graduate School of Science and Technology,  
Shinshu University

## 1. 緒言

カナダの企業D-wave Systemが開発した「D-Wave」に始まり、最近ではIBMが開発したクラウド上で利用できる「The IBM Q Experience」など今日、量子コンピュータを誰でも利用することが可能である。古典的コンピュータでは、1ビットで2進数表記で0か1の状態のどちらか1つの状態のみを計算できる。量子コンピュータでは、1量子ビットで、0と1の重ね合わせ状態を取れるので、2つ以上の状態を同時に演算可能である。したがって、古典的コンピュータよりも演算処理を高速で行うことができる。量子コンピュータの演算を行うアルゴリズムとして「グローバのアルゴリズム」や「ドイチ・ジョサ問題」が代表的な例である。

## 2. 実験装置

本研究ではクラウド上で利用可能な量子コンピュータ「IBM量子体験 (IBM Quantum Experience)」 (<http://quantumexperience.ng.bluemix.net/qstage/>) を利用する。IBM Qの解説書として中山[2]がある。IBM Qは量子ゲート方式であり、ここでは最大5量子ビットの「量子シミュレーションを用いた理論値計算 (Simulate)」および「実際の量子コンピュータを用いた量子計算 (Run)」の2つを行うことができる。理論値計算では100回、実際の量子計算では $2^0, 2^{10}, 2^{12}, 2^{13}$ 回のいずれかの回数の試行回数を行った結果を出すことができる。本研究では特別な場合を除き、実際の量子計算は $2^{10}$  (1024) 回の試行回数の結果を以下で示す。実際の計算では量子ビットの振幅が一定ではなくノイズが生じるため理論値計算と実際の量子計算では誤差が生じる。本研究では理論値計算と実際の量子計算の結果を比較し「量子テレポーテーション」が実装が可能かどうかとどの程度の誤差が生じるか、また誤差が生じた原因の考察を行う。

### 2.1 本研究で使用するゲート

1ビットに作用するユニタリゲート $U_3$ は3つのパラメータ $\theta, \phi, \lambda$ を用いて

$$U_3(\theta, \phi, \lambda) = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & -e^{i\lambda} \sin \frac{\theta}{2} \\ e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} & e^{i(\lambda+\phi)} \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$$

と定義されている。本研究で用いるビット反転ゲート $X$ 、位相反転ゲート $Z$ 、アダマールゲート $H$ は3つのパラメータ $\theta, \phi, \lambda$ に具体的な数値を代入することで表現でき、

$$X = U_3(\pi, 0, \pi) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$Z = U_3(0, 0, \pi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$H = U_3\left(\frac{\pi}{2}, 0, \pi\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

である。また、2ビットに作用する制御NOTゲート $CNOT$ は

$$CNOT = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

である.

### 3. 解析理論

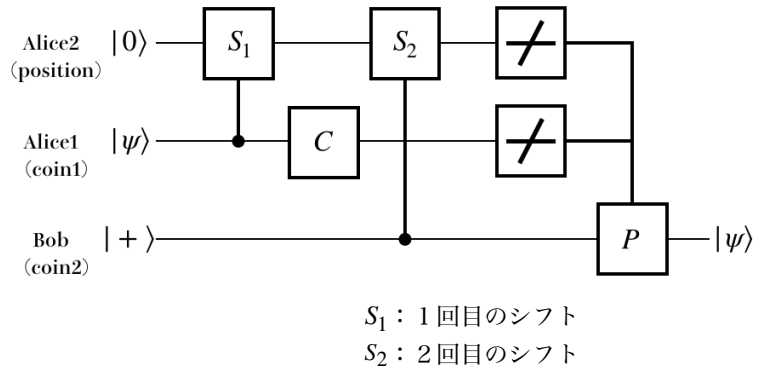
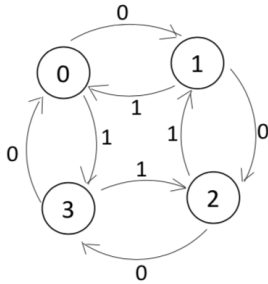


Fig.1 大木[1]による4頂点サイクルの量子テレポーテーションモデルと量子回路のモデル

Wangら[4]は量子レポーテーションのモデルとして、4頂点サイクル上の量子ウォークを利用することを提案した([4] p.5 Fig.3). 大木[1]はこのモデルの1回目シフト $S_1$ と2回目のシフト $S_2$ の間に

$$C = \begin{pmatrix} \rho & \sqrt{1-\rho^2} \\ \sqrt{1-\rho^2} & -\rho \end{pmatrix}$$

をCoinとするユニタリ行列 $C$ を加える(Fig.1). 送りたい情報 $|\psi\rangle$ を

$$|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$$

とし、AliceからBobに送りたいものとする。Alice2が持っている $|0\rangle$ はpositionを表す空間ベクトルであり、その空間の観測は0,1,2,3である。また、その観測基底をFig.1のグラフに対応させて考える。ボブの持っている $|+\rangle$ は、

$$|+\rangle = H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$$

で定義される。 $S_1$ と $S_2$ はそれぞれAlice1(Coin1)とBob(Coin2)の状態に応じて、 $|0\rangle$ のときは時計回りに $|1\rangle$ のときは反時計回りに動くことに対応している。この操作は

$$S = \sum_{k=0}^2 |k+1\rangle\langle k| \otimes |0\rangle\langle 0| + \sum_{k=0}^3 |k-1\rangle\langle k| \otimes |1\rangle\langle 1| + |0\rangle\langle 3| \otimes |0\rangle\langle 0| + |3\rangle\langle 0| \otimes |1\rangle\langle 1|$$

で定義され、テンソル積の左側の $|k\rangle$ ( $k = 0,1,2,3$ )はpositionに、右側の $|0\rangle$ と $|1\rangle$ はCoinの基底に対応している。以下の計算は大木[1]に負う。アリスとボブの量子情報の初期状態は、

$$|\Psi_0\rangle = |0\rangle \otimes |\psi\rangle \otimes |+\rangle$$

とおく。 $|\Psi_0\rangle$ に $S_1, C, S_2$ を作用させると

$$|\Psi_2\rangle = |2+\rangle \otimes \left( \frac{a}{\sqrt{2}} C_+ |0\rangle - \frac{b}{\sqrt{2}} C_- |1\rangle \right) + |2-\rangle \otimes \left( \frac{a}{\sqrt{2}} C_- |0\rangle + \frac{b}{\sqrt{2}} C_+ |1\rangle \right)$$

$$\begin{aligned}
& +|0+\rangle \otimes \left( \frac{a}{\sqrt{2}} C_+ |1\rangle - \frac{b}{\sqrt{2}} C_- |0\rangle \right) + |0-\rangle \otimes \left( \frac{a}{\sqrt{2}} C_- |1\rangle + \frac{b}{\sqrt{2}} C_+ |0\rangle \right) \\
& = \sum_{k,j} |k,j\rangle \otimes |\psi_{kj}\rangle
\end{aligned}$$

となる。ここで、

$$C_{\pm} = \frac{\rho \pm \sqrt{1-\rho^2}}{\sqrt{2}}, \quad D_{\pm} = \frac{\mp\rho + \sqrt{1-\rho^2}}{\sqrt{2}}$$

である。今、Alice2, Alice1を状態 $|\Psi_2\rangle$ で観測すると、それぞれの確率は

$$\begin{aligned}
P_{|\Psi_2\rangle}(2,+) &= \frac{|aC_+|^2}{2} + \frac{|bC_-|^2}{2} = \frac{1+2\rho\sqrt{1-\rho^2}(|a|^2-|b|^2)}{4} \\
P_{|\Psi_2\rangle}(2,-) &= \frac{|aC_-|^2}{2} + \frac{|bC_+|^2}{2} = \frac{1-2\rho\sqrt{1-\rho^2}(|a|^2-|b|^2)}{4} \\
P_{|\Psi_2\rangle}(0,+) &= \frac{|aC_+|^2}{2} + \frac{|bC_-|^2}{2} = \frac{1+2\rho\sqrt{1-\rho^2}(|a|^2-|b|^2)}{4} \\
P_{|\Psi_2\rangle}(0,-) &= \frac{|aC_-|^2}{2} + \frac{|bC_+|^2}{2} = \frac{1-2\rho\sqrt{1-\rho^2}(|a|^2-|b|^2)}{4}
\end{aligned}$$

となる。大木[1]では、 $\rho = -1, 0, 1$ の場合に再構成の手続きが与えられている。

[A]  $\rho = 1$  の場合、再構成するためのユニタリ行列Pは以下の通りである。

[A1]  $(k, j) = (2, +1)$  のとき

$$Z|\psi_{2+}\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ -b \end{pmatrix} = a|0\rangle + b|1\rangle = |\psi\rangle$$

[A2]  $(k, j) = (2, +1)$  のとき

$$I|\psi_{2-}\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle = |\psi\rangle$$

[A3]  $(k, j) = (0, +1)$  のとき

$$ZX|\psi_{2+}\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} = a|0\rangle + b|1\rangle = |\psi\rangle$$

[A4]  $(k, j) = (0, -1)$  のとき

$$X|\psi_{0-}\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b \\ a \end{pmatrix} = a|0\rangle + b|1\rangle = |\psi\rangle$$

[B]  $\rho = 0$  の場合、再構成するためのユニタリ行列Pは以下の通りである。

[B1]  $(k, j) = (2, +1)$  のとき

$$I|\psi_{2+}\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle = |\psi\rangle$$

[B2]  $(k, j) = (2, +1)$  のとき

$$Z|\psi_{2-}\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ -b \end{pmatrix} = a|0\rangle + b|1\rangle = |\psi\rangle$$

[B3]  $(k, j) = (0, +1)$  のとき

$$X|\psi_{0+}\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b \\ a \end{pmatrix} = a|0\rangle + b|1\rangle = |\psi\rangle$$

[B4]  $(k, j) = (0, -1)$ のとき

$$ZX|\psi_{0-}\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} = a|0\rangle + b|1\rangle = |\psi\rangle$$

[C]  $\rho = -1$ の場合、再構成するためのユニタリ行列は以下の通りである。

[C1]  $(k, j) = (2, +1)$ のとき

$$Z|\psi_{2+}\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ -b \end{pmatrix} = a|0\rangle + b|1\rangle = |\psi\rangle$$

[C2]  $(k, j) = (2, +1)$ のとき

$$I|\psi_{2-}\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle = |\psi\rangle$$

[C3]  $(k, j) = (0, +1)$ のとき

$$ZX|\psi_{2+}\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} = a|0\rangle + b|1\rangle = |\psi\rangle$$

[C4]  $(k, j) = (0, -1)$ のとき

$$X|\psi_{0-}\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b \\ a \end{pmatrix} = a|0\rangle + b|1\rangle = |\psi\rangle$$

### 3.1 量子テレポーテーションの実装

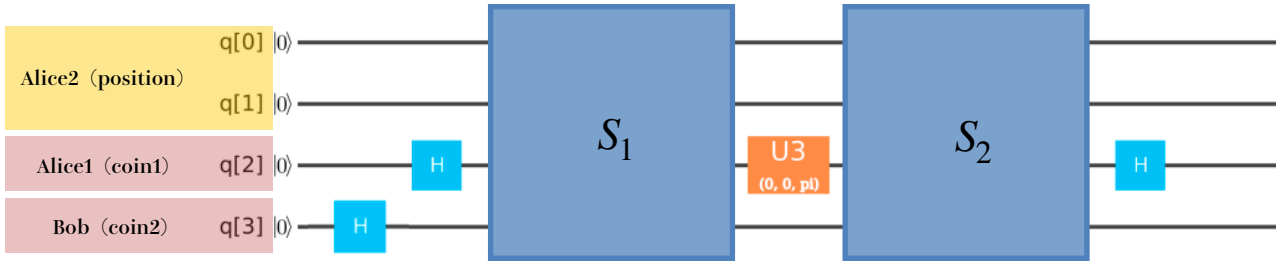


Fig.2 花岡[3]が考案した4頂点サイクル上の量子ウォークのシフトを利用した量子テレポーテーションの量子回路

本研究では花岡[3]が考案した4頂点サイクルの量子ウォークのシフトを利用して大木[1]の量子テレポーテーションを実装する (Fig.2).  $q[0]$ ,  $q[1]$ をAlice2,  $q[2]$ をAlice1,  $q[3]$ をBobにそれぞれ対応させる。花岡[3]ではCoin空間が1つの場合のシフトを実装したが、今回はCoin空間が2つあるため、Coin1とCoin2とのそれぞれのシフトを置いている。Alice1に関して1回目のシフト $S_1$ の前にあるアダマールゲートは、送りたい情報 $|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$ に対応させるためにおき、今回送りたい情報 $|\psi\rangle$ を

$$|\psi\rangle = H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$$

とする。2回目のシフト $S_2$ の後のアダマールゲートはAlice1での観測を+, -から0,1に変更させるためである。また、コイン行列として

$$u_3(\pi, 0, 0) = \begin{pmatrix} \cos(\frac{\pi}{2}) & \sin(\frac{\pi}{2}) \\ \sin(\frac{\pi}{2}) & -\cos(\frac{\pi}{2}) \end{pmatrix}$$

を置いている。Baluら[4]においてもそうであるように、シフトを実装するには制御NOTゲートが用いられる。IBM Quantum Experienceでは配置できない制御NOTゲートがいくつかあるためAlice2, Alice1, Bobのqubitの位置を入れ替える必要がある。Alice2を $q[2]$ と $q[3]$ , Alice1を $q[4]$ , Bobを $q[1]$ に対応させる (Fig.3).

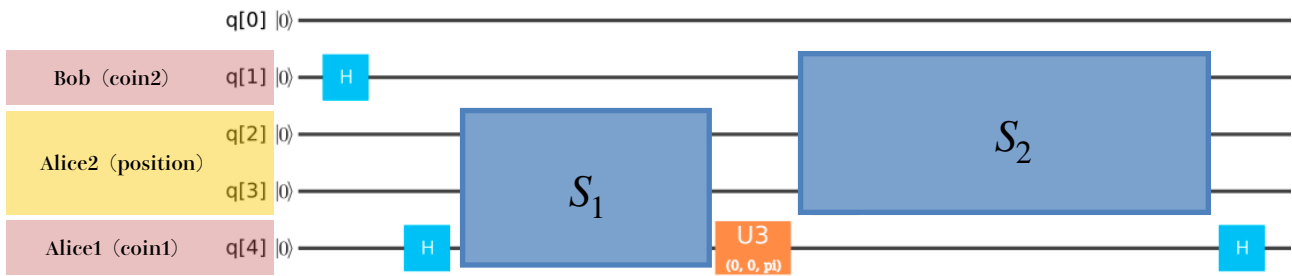


Fig.3 IBM Qで実装する量子テレポーテーションの量子回路

#### 4. 実験結果

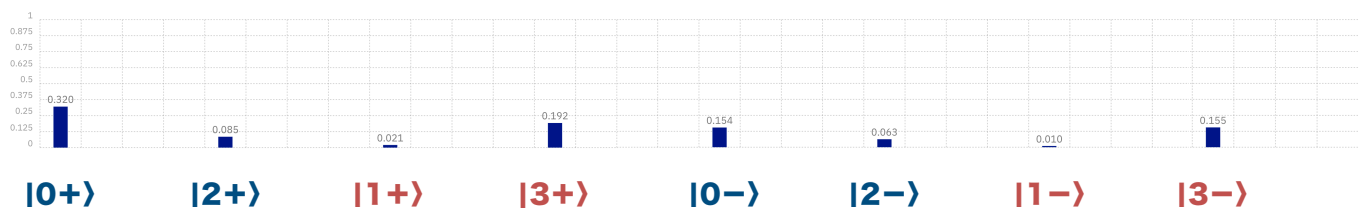


Fig.5 Fig.3の量子回路の実際の量子コンピュータを用いた量子計算 (Run) の確率分布

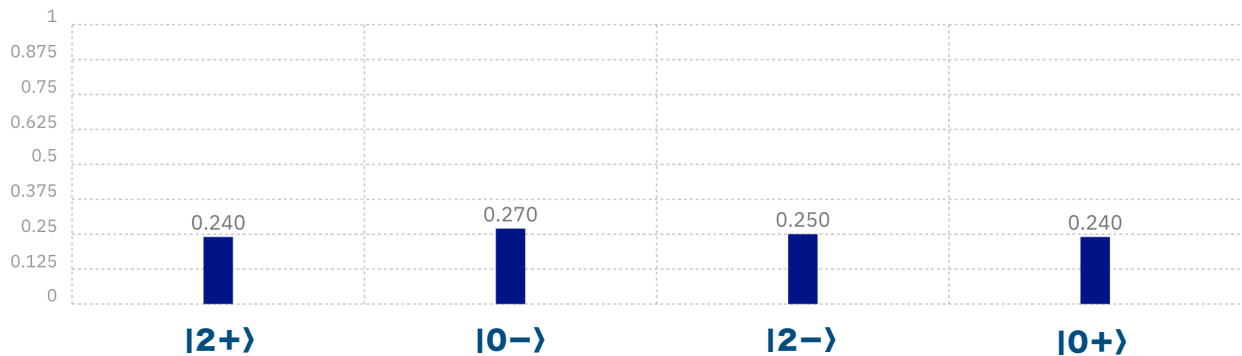


Fig.4 Fig.3の量子回路の量子シミュレーションを用いた理論値計算 (Simulate)での確率分布

Fig.5の量子回路の量子シミュレーションを用いた理論値計算 (Simulate)での確率分布 (Fig.4) と実際の量子コンピュータを用いた量子計算 (Run) での確率分布 (Fig.5) を示す。実際の計算のAlice2の観測結果に注目すると、それぞれの観測した確率の大小関係は

$$P_{|\psi_2\rangle}(0,\pm) > P_{|\psi_2\rangle}(3,\pm) > P_{|\psi_2\rangle}(2,\pm) > P_{|\psi_2\rangle}(1,\pm)$$

である。理論値計算の結果では、positionが $|k\rangle = |0\rangle, |2\rangle$ のときに確率が均等になっている。理論値計算のように $|k\rangle = |0\rangle, |2\rangle$ のときが高くなってほしいが、実際の計算では、 $|k\rangle = |2\rangle$ の確率よりも $|k\rangle = |3\rangle$ の観測が高くなっている。したがって、Fig.5の量子回路では量子テレポーテーションを実装は難しいと言える。

#### 5. 結論

本実験では、1量子ビットを送るのに2つのコイン空間を使う2コイン量子ウォークの2ステップでテレポーテーションができた。実験結果から今回の量子回路では量子テレポーテーションの実装はまだ難しいと言える。IBM Quantum Experienceでは1qubitに作用するゲートよりも2qubitに作用する制御NOTゲートの方が誤差が大きくなる傾向があり、今回の量子回路では制御NOTゲートが4つ使われていたことが誤差が大きくなった要因の1つだと考えられる。

Wangら[4]では、今回使用した4頂点のサイクルモデルの他にサイクルを2頂点にしたモデルや直線に置き換えたモデルもある。特にサイクルを2頂点にしたモデルはAlice2が1qubitで表すことが可能なため、他のモデルでの量子テレポーテーションの実装も考えられる。

#### 参考文献

- [1] 大木純平, 量子テレポーテーションを用いた通信法の検討, 信州大学卒業論文 (2018)
- [2] 中山茂, クラウド量子計算入門IBMのシミュレーションと量子コンピュータ, カットシステム (2016)
- [3] 花岡遼大, 量子ウォークの量子コンピュータでの実装, MITA02, 神奈川大学 (2018)
- [4] R.Balu, D.Castillo, G.Siopsis, Physical realization of topological quantum walks on IBM-Q and beyond, *Quantum Science and Technology*, **3**, 035001 (2017)
- [5] Y. Wang, Y. Shang, P. Xue, Generalized teleportation by quantum walks, *Quantum Inf. Process.* , **16** (2017)