

重みを考慮した不完全投影データからの CT 再構成法

北海道大学大学院工学院量子理工学専攻 栗田紘大

1. はじめに

CT は周方向からの投影データを基に、内部分布を求める方法であり、非破壊計測法の 1 つとして広く用いられている。一般に投影データは全周方向に対して得られるが、一部の方向からの投影データが得られない場合もある。例えば、干渉法と CT を組み合わせて屈折率分布を求める場合には、ミラーの配置の制約により図 1 のハッチング部のように全周方向のうち約半分の方向からの連続データしか得られない。この不完全投影データから再構成した分布はぼやけたものになる。そのような条件下を想定し、図 1 の $\theta=90^\circ$ のような新たに一つ入射ビームを加えることを考える。新たな入射ビームはビームが最も届きにくい方向から入射させ、重みを持たせることにより投影データが得られない角度域のビームをカバーさせれば、より鮮明な再構成分布が得られることが予想できる。このことを示すためシミュレーションを行った。

CT の再構成法は解析的手法、代数的手法が知られている [1]。解析的手法はフーリエ解析に基づく手法

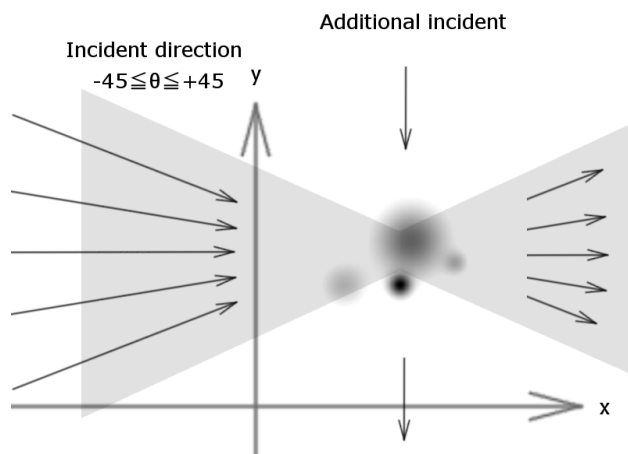


図 1 角度入射制限の概要図

である。これは、「実空間の分布 $f(x, y)$ の円柱座標系における 2 次元フーリエ変換 $F_f(d, \theta)$ は、 $f(x, y)$ を角度 θ の投影データ $X(r, \theta)$ を 1 次フーリエ変換した関数 $F_g(d, \theta)$ と等しい」とする投影切断面定に従う。解析的手法では、「投影データは角度方向について等間隔でかつ十分に密にサンプリングされている」という条件が必要であり、投影角度が限定されている場合や投影角度のサンプリングが疎である場合は再構成できない [1]。代数的手法は、順問題と逆問題にフィードバックをかけながら繰り返し解くことで、目的とする測定対象に近づける手法である。この手法は、サンプリングデータが不完全であっても致命的なアーチファクトが発生しなく、雑音に強いなどの利点を持つ [2]。

本研究においては入射角が制限された不完全投影データを取り扱うため、代数的手法である逐次近似法を使用することにした。

2. 重み付き CT 再構成

本研究では元の測定対象の分布を $x-y$ 平面で表し、値は屈折率とする。また、順問題を解いた後に得られるグラフを **sinogram** と呼び、 $\theta-\xi$ で表す。ただし θ は光の入射角度 [°]、 ξ はセンサーの位置 [pixel] である。

2. 1 順解析

順解析では既知の内部分布 $f(x, y)$ の投影データとして、その光路 l に沿った積分である $X(\xi, \theta)$ を求める計算である。元の測定対象である $x-y$ 平面分布にある角度 θ_k から光が入射したものとし、その光路の積分を ξ 軸上に与える。

離散系では、 $x-y$ 平面分布を 1×1 の画素の集合

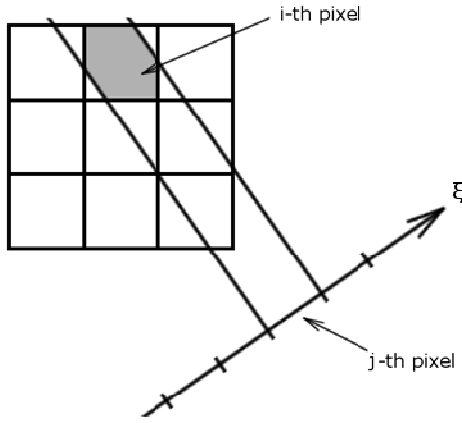


図2 i と j の関係

とみなし、それぞれの配列に屈折率 f_i の値を持つもの
と考える。ただし、 f_i は $x-y$ 平面分布の配列である。
また、センサーの位置 ξ も単位は pixel としている。
したがって、積分計算は以下の式で与えられる。

$$X_{j,k} = \sum_j \sum_{i \in L_{j,k}} a_{i,j,k} f_i \quad (1)$$

ただし $X_{j,k}$ は ξ 方向の配列であり、 $a_{i,j,k}$ は図2のハ
ッチング部分のように面積1の画素 i を角度 θ_k で ξ_j に
投影される幅1ピクセルのビーム $L_{j,k}$ が占める面積で
ある。

2. 2 逆解析

逆解析は順解析で得られた $X_{j,k}$ を、順解析で通った
光路に沿って $x-y$ 平面分布に与える過程である。計
算は以下の式で与える。

$$f_j = \frac{\sum_k \sum_j a_{i,j,k} X_{j,k}}{N_k \cdot \sum_{i \in L_{j,k}} l_{j,k}} w_k \quad (2)$$

全体を k の個数 N_k で割っているのは再構成の整
合性を取るためである。また、光路 j の長さ l_k で割っ
ているのは再構成の整合性をとるためである。さら
に、特定方向 θ_k からの投影データ $X_{j,k}$ の再構成に対す
る重みを w_k で与えている。

2. 3 再構成アルゴリズム

再構成アルゴリズムは逐次近似逆投影法を使用す
る。逐次近似逆投影法は以下の手順で行う。

- (i) $X_{j,k}^{(0)}$ (測定値)、 $f^{(0)} = B\{X_{j,k}^{(0)}\}$
- (ii) 投影 $X_{j,k}^{(m)} = F\{f_j^{(m-1)}\}$
- (iii) 投影データの規格化 $\widehat{X}_{j,k}^{(m)} = X_{j,k}^{(m)} / X_{j,k}^{(0)}$
- (iv) 比の逆投影 $\widehat{f}_j^{(m)} = B\{\widehat{X}_{j,k}^{(m)}\}$
- (v) $x-y$ 平面分布の更新 $f_j^{(m)} = \widehat{f}_j^{(m)} \cdot f_j^{(m-1)}$

ただし、 B は逆解析、 F は順問題、 $f_j^{(m)}$ は繰り返し m 回
目の $x-y$ 平面分布、 $X_{j,k}^{(m)}$ は繰り返し m 回目の
sinogram である。

一般的な逐次近似法の手順を説明する。まず $x-y$
平面分布を仮定し投影データを求め、その投影デー
タと収集された実測投影データが一致した場合、正
しいものとする。一方、仮定分布の正変換の結果が
実測投影データよりも小さい場合には $x-y$ 平面分
布の画素を上昇させていき、逆に正変換の結果が実測
投影データより大きい場合には $x-y$ 平面分布の画
素を小さくする。ここでの画素ごとの実測投影デー
タより大きいか小さいかの判断は、画素ごとの差に
よって判断している。しかし当アルゴリズムでは手
順(iii)投影データ比で示している通り、商によって判
断している。このことによって、一般的な逐次近似
法よりも結果の収束が早まる結果となっている。ま
た、この繰り返し回数は経験的に決められることが
多い[3]。

この手法は手順(v)で示しているように $f_j^{(m-1)}$ に
 $\widehat{f}_j^{(m)}$ 係数をかけることで $x-y$ 平面分布を更新するた
め、最初の仮定断面を0から始めることはできな
い。一般的に逐次近似法ではそのため適当な一様分
布から出発することが多い。そのため繰り返し回数
が少ないと画素内での最小値と最大値の差があまり
出なく、コントラストの低い画像になってしまう。

しかし今回開発したプログラムでは収束をより早めるために一様分布ではなく、手順(ii)のように測定値

に逆変換を施した $f^{(0)} = B\{X_{j,k}^{(0)}\}$ から開始している。

このため少ない繰り返し回数であっても高いコントラストの画像を生成することができる。

3. 重み付き CT 再構成の評価

再構成アルゴリズムの妥当性の評価のために、図 3 のような既知の分布に対する投影データを作成し、その再構成のシミュレーションを行った。投影データは、(a) 全周方向からの投影データ（完全投影データ）と、(b) 図 1 のハッチングのような不完全投影データと、(c) 不完全投影データ(b)に 1 方向からの投影データを追加したものを用意した。(a),(b),(c) それぞれアルゴリズムを 6 回適用させた後の分布を図 4,5,6 に示す。

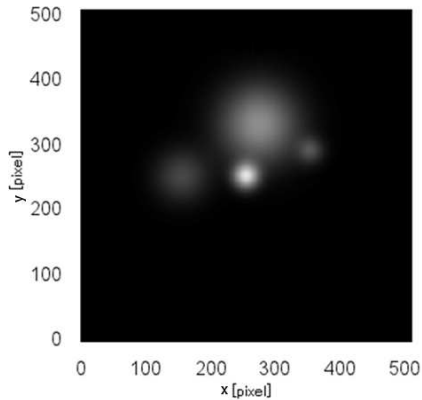


図 3 真の内部分布

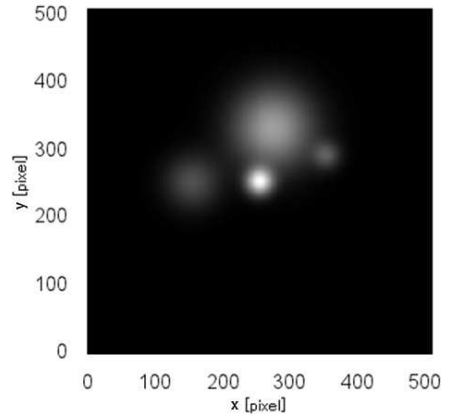
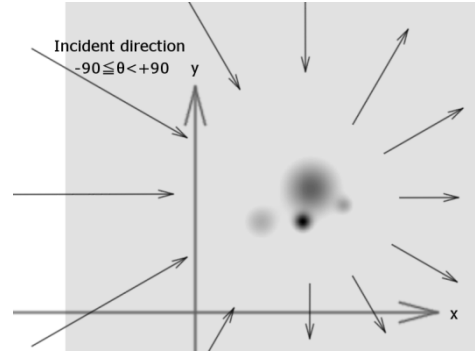


図 4 完全投影データの再構成の分布

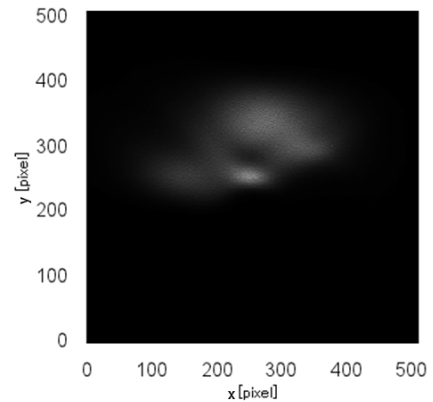
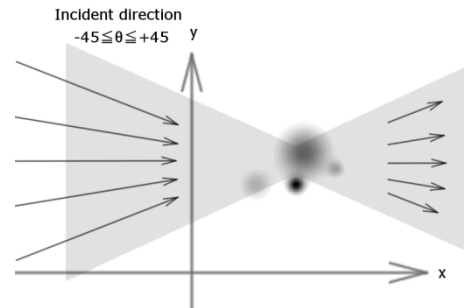


図 5 不完全投影データの再構成の分布

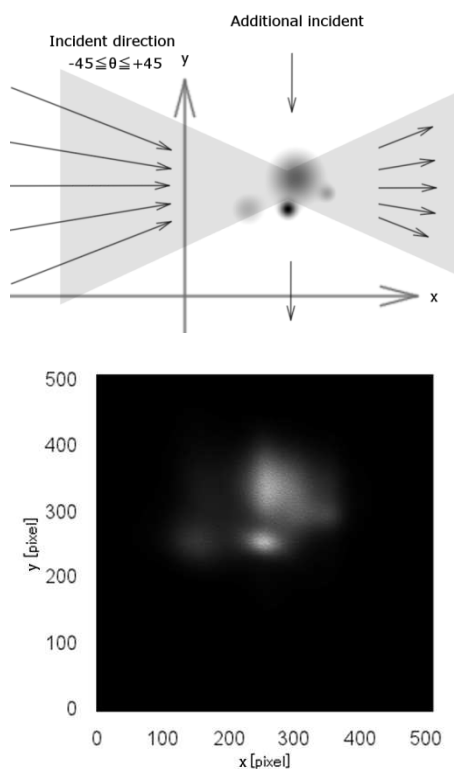


図 6 不完全投影データ(b)に 1 方向からの投影データを追加したものの再構成後の分布

シミュレーションの結果として、(a) の完全投影データの場合が最も分布の誤差が少なく、(c) の不完全投影データ(b)に 1 方向からの投影データを追加したものが次いで分布の誤差が少なく、(b) の不完全投影データの場合が最も分布の誤差が大きくなったことがわかった。このことから、新たな入射ビームによってより鮮明な再構成分布が得られることがわかった。

4. 結論

CT において一部の方向からの投影データが得られなかった場合、新たに一つ入射ビームを加える事で鮮明な再構成分布が得られることを示すことができた。

参考文献

- [1] Hiroshi URABE, Kotoko MORIKAWA, Koichi OGAWA: Comparison of Iterative Image Reconstruction Methods in Single Photon Emission CT, Med Imag Tech 18(1) ,

84-93,2000

- [2] 尾川 浩一: ECT における反復的画像再構成, 日本放射線技術学会雑誌 56, p.890, 2000
 [3] 久保 直樹: フィルタ補正逆投影法・逐次近似法について, START 48, 13-15, 2012