

基礎数学 D レポート 1 解答例

答え 1 計算から $\langle x, y \rangle = 3$, $\|x\| = \sqrt{6}$, $\|y\| = \sqrt{14}$. $\sqrt{6}\sqrt{14} = 2\sqrt{21} \sim 9.165 \dots$ だからシュワルツの不等式が成り立つ.

答え 2 実数 t に対して, 二次方程式

$$0 = \|x + ty\|^2 = \|x\|^2 + 2\langle x, y \rangle t + \|y\|^2.$$

を考える. 判別式は仮定により, $D/4 = \langle x, y \rangle^2 - \|x\|^2\|y\|^2 = 0$. よって二次方程式は(重)解 t_0 をもつ. このとき, $x + t_0y = 0$, つまり x と y は平行である. (逆に平行なとき, シュワルツの不等式が成り立つことは明らか.)