

# 連発刺激印加による振動抑制法に対する数理解析

上田 肇一

富山大学大学院理工学研究部

ニューロンの異常発火を引き起こす原因として細胞外カリウム濃度の振動現象が注目されている。Cressman らはグリアによるカリウムイオンの取り込み効果を考慮した数理モデルを導出し、カリウム振動を再現することに成功した [1]。我々はこれまで Cressman らが提案したモデルに外力項を追加した方程式に対する数値実験を行い、時間周期刺激を加えることによってカリウム振動及びそれに伴うニューロンの異常活動が消滅することを確認した (図 1(a))。本研究では、カリウム振動 (周期解) の消滅が起きる条件を明らかにするために分岐点近傍解析を行う。Cressman らのモデルでは、あるパラメーター領域において亜臨界ホップ分岐による不安定周期解の発生とサドル・ノード分岐による周期解の安定性の回復が観察される (図 1(b))。そこで、亜臨界ホップ分岐とサドル・ノード分岐が同時に発生する複合分岐点近傍において縮約方程式を導出した。さらに、縮約方程式を解析することにより次の結果を得た。

- (1) 外部刺激と周期解の振動数が近いという条件において、周期解の消滅が観察されるパラメーター領域の存在を示した。
- (2) 外部刺激の振動数を時間依存させることにより、(1) の場合より広いパラメーター領域において周期解を消滅させることが可能であることを数値的に示した。
- (3) 外部刺激の振動数を振動解の振幅に依存する形で記述することにより、(1) の場合より広いパラメーター領域において周期解を消滅させることが可能であることを数値的に示した。

外部刺激と周期解の振動数が近くない場合、及び (2),(3) に対する数学解析 (厳密な証明) は今後の課題である。また、(3) の結果を発展させ、振動状態に依存した (フィードバックを用いた) 外部刺激法を提案する計画である。

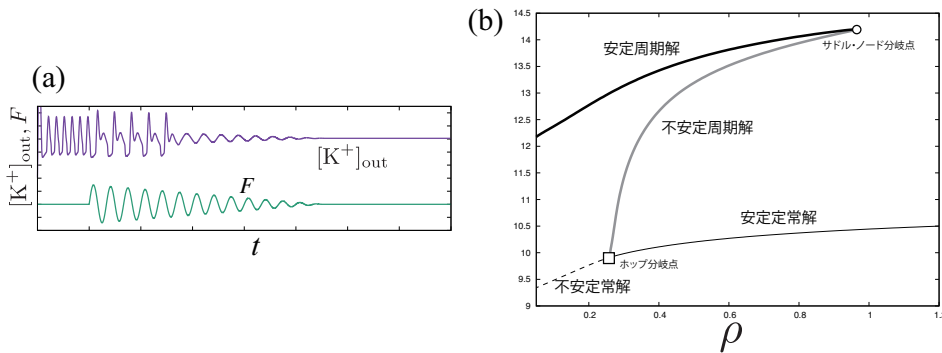


図 1: (a) Cressman らが導出した方程式の数値シミュレーション結果。細胞外カリウムイオン濃度及び外部刺激の時系列。(b) 分岐図。横軸は方程式のあるパラメーター。縦軸は細胞外カリウムイオン濃度の値 (周期解に関しては 1 周期における平均値)。

## 参考文献

- [1] Cressman, J. R., et al. (2009). Journal of computational neuroscience, 26(2), 159-170.