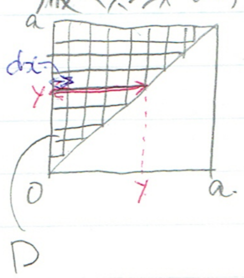
No.
Date

微積分II　レポート.

重積分 $f(x,y)$: $D=[a,b]\times[c,d]$ で連続
$=\{(x,y)\mid a\leqq x\leqq b,\ c\leqq y\leqq d\}$

$f(x,y)$ をD上で積分(重積分) → リーマン和を考え x をn分割, y をn'分割。よって n×n' 個の長方形ができる。その小長方形の面積の和が求めたい積分値であり $n\to\infty$ $n'\to\infty$ としたとき $S_{n,n'}$ が有限であるとき可積分とよぶ。

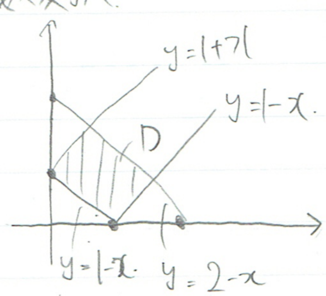
一般領域での重積分



$f(x,y)=e^{-y^2}$ であるとき

$$\iint_D=\int_0^a\int_0^y e^{-y^2}dx$$
$$=\int_0^a y e^{-y^2}dy=\frac{1}{2}\int_0^{a^2}e^{-u}du=\frac{1}{2}\left[-e^{-u}\right]_0^{a^2}$$
$$=\frac{1}{2}(1-e^{-a^2})$$

変数変換



$D=\{(x,y)\mid 1\leqq x+y\leqq 2,\ -1\leqq x-y\leqq 1\}$
$x+y=u$, $x-y=v$ とおいて.
$D=\{(u,v)\mid 1\leqq u\leqq 2,\ -1\leqq v\leqq 1\}$

$$\begin{pmatrix}u\\v\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&1\\1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&1\\1&-1\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}u\\v\end{pmatrix}=-\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1\\-1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u\\v\end{pmatrix}$$
$$\iint_D f(x,y)dxdy=\iint_D f\left(\frac{u+v}{2},\frac{u-v}{2}\right)\frac{1}{2}dudv$$

線積分: 曲線C上を移動するのに必要なエネルギー
具体例)
$P(x,y)=\dfrac{-y}{x^2+y^2}$　$Q(x,y)=\dfrac{x}{x^2+y^2}$
C: 単位円 $\{x(t),y(t)\mid x(t)=\cos t\ y(t)=\sin t\}$

$$\int_C P(x,y)dx+Q(x,y)dy=\int_0^{2\pi}(-\sin t)x'(t)+(\cos t)y'(t)dt=\int_0^{2\pi}dt=2\pi.$$