

## 微分積分学 I 中間試験 (文系向け)

### 第 1 問

1.  $f(x) = e^{-x^2}, g(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$  とする。  $f(0) = g(0), f'(0) = g'(0), f''(0) = g''(0)$  となるように  $a_0, a_1, a_2$  を定めよ。
2.  $f(h) = \sin(\frac{\pi}{4} + h), g(h) = a_0 + a_1h + a_2h^2$  とする。  $f(0) = g(0), f'(0) = g'(0), f''(0) = g''(0)$  となるように  $a_0, a_1, a_2$  を定めよ。
3.  $e^x$  のマクローリン展開  $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$  を利用して、  $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$  のマクローリン展開を求めよ。

### 第 2 問

関数  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$  について次に答えよ。

1.  $f(x) = (\tan^{-1} x)'$  であることを示せ。
2.  $f(x)$  のマクローリン展開を積分することで  $\tan^{-1} x$  のマクローリン展開を求めよ。

### 第 3 問

関数  $f(x) = e^x \sin x$  について次に答えよ。

1.  $\sin x$  のマクローリン展開について、5 次の項まで与えよ。答だけでよい。
2.  $e^x, \sin x$  のマクローリン展開の積を考えて、 $f(x)$  のマクローリン展開を 5 次の項まで求めよ。

## 微分積分学 I (文系向け) 期末試験

### 第 1 問

$f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2}$ ,  $(x, y) \neq (0, 0)$  について、 $f_{xx} + f_{yy}$  を求めよ。

### 第 2 問

$a > 0$  を定数とする。 $f(x, y) = e^{xy} + a(x^2 + y^2)$  について、 $a > 1/2$  では原点で極値をとり、 $a < 1/2$  で原点は極値にならないことを示せ。

### 第 3 問

1.  $f(x, y) = \cos(x + y)$  のマクローリン展開 (原点  $(0, 0)$  を中心とするテイラー展開) を 2 次の項まで求めよ。
2.  $f(x, y) = e^{-(x+y-1)^2 - (x-2y-2)^2}$  について、点  $(1, 2)$  における接平面の方程式を与えよ。