

導関数の計算

7-1 合成関数

合成関数を微分すると、 $f(g(x))' = f'(g(x))g'(x)$ です。次のように変形することで、導関数の定義から得られます。

$$\frac{f(g(x+h)) - f(g(x))}{h} = \frac{f(g(x+h)) - f(g(x))}{g(x+h) - g(x)} \frac{g(x+h) - g(x)}{h}$$

7-2 逆関数

$y = f^{-1}(x)$ の両辺に f をほどこすと $f(y) = x$ です。両辺を x で微分すると合成関数の微分法から $f'(y)y' = 1$ となり、 $y' = 1/f'(f^{-1}(x))$ となります。

7-3 パラメータ表示関数

$(x, y) = (f(t), g(t))$ という形で x, y がパラメータ t を介して定まる場合、 t を消去して $y = h(x)$ という形に書けるとします。このとき、次が成立します。

$$\frac{dy}{dx} = h'(x) = \frac{g'(t)}{f'(t)}$$

7-4 高次の導関数

導関数 $f'(x)$ をあらためて x の関数と見なして微分することができます。二回微分すると $f''(x)$ と書き、 n 回微分すると $f^{(n)}(x)$ と書きます。