

導関数

6-1 関数の増減

関数 $f(x)$ が区間 $a \leq x \leq b$ で増加する割合、減少する割合を

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

と考えることができます。 $a \leq x \leq b$ での変化率とよびます。

6-2 微分係数の存在

変化率を考える区間 $a \leq x \leq b$ の幅を狭めていくには、 $a \rightarrow b$ とする極限をとればよいことが観察できます。定義域の中の点 c で考えるために、 $a = c, b = c + h$ とおきます。すると、変化率は次の式で書き換えることになります。

$$\frac{f(c + h) - f(c)}{c + h - c} = \frac{f(c + h) - f(c)}{h}$$

$h \rightarrow 0$ の極限が存在すれば、極限值

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c + h) - f(c)}{h}$$

を c における微分係数とよび $f'(c)$ と書きます。

6-3 導関数と例

区間 $a \leq x \leq b$ の各点 x で微分係数が存在するとき、 $f'(x)$ を関数とみなして導関数とよびます。

多項式の導関数

$f(x) = x^n$ であれば $f'(x) = nx^{n-1}$ です。これは二項定理を使って証明します。

無理関数の導関数

$f(x) = \sqrt{x}$ であれば $f'(x) = 1/(2\sqrt{x})$ です。分子の有理化を使い、定義通りに証明することができます。

積の微分法

$(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$ です。