

基礎数学 A Oct. 22. 宿題 – 提出期限 Oct. 26. –

問題 1. ベクトル空間 $\mathbb{C}[x]_{\leq 2}$ の基底 $\{x-1, x+1, x^2+1\}$ に関する, $1, x, x^2$ の座標を求めよ.

問題 2. \mathbb{R}^3 から \mathbb{R}^3 への線形写像を

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 4 & 1 \\ 2 & -4 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

と定義する. この線形写像の基底

$$(1, 1, -1), \quad (-1, -2, 3), \quad (-1, -1, 2)$$

に関する表現行列を求めよ.

問題 3. $n \times n$ 行列 A が $A^2 = \alpha A$, $\alpha \neq 0$ を満たすとする. このとき, ある行列 Q が存在し,

$$Q^{-1}AQ = \begin{pmatrix} \alpha E & O \\ O & O \end{pmatrix}$$

と出来ることを示せ. ただし, E は単位行列である.