

基礎数学 A Oct. 18. 宿題 – 提出期限 Oct. 22. –

問題 1. (15 + 5 min.)  $W_1, W_2, W_3$  を  $\mathbb{R}^3$  の部分ベクトル空間とする. 次の等式が成立しない例をあげよ.

$$\begin{aligned} \dim(W_1 + W_2 + W_3) &= \dim W_1 + \dim W_2 + \dim W_3 - \dim W_1 \cap W_2 \\ &\quad - \dim W_2 \cap W_3 - \dim W_3 \cap W_1 + \dim W_1 \cap W_2 \cap W_3 \end{aligned}$$

問題 2. (10 min.)  $\mathbb{R}$  上のベクトル空間  $V$  を次のように定義する.

$$V := \{a \sin 2x + b \cos 2x\}$$

$V$  から  $V$  への線形写像を

$$V \ni f \mapsto f' \in V$$

と定義する. この写像の基底  $\{\sin 2x, \cos 2x\}$  および  $\{\sin 2x + \cos 2x, \sin 2x - \cos 2x\}$  に関する表現行列を求めよ.

問題 3. (10 min.)  $\mathbb{C}[x]_{\leq 3}$  を複素係数の三次以下の多項式とする.  $\mathbb{C}[x]_{\leq 3}$  から  $\mathbb{C}[x]_{\leq 3}$  への線形写像  $F$  を

$$F(g(x)) := 2xg'(x)$$

と定義する.  $F$  の表現行列が対角行列となるような  $\mathbb{C}[x]_{\leq 3}$  の基底を一つ求めよ.