

問題 1. まず線形写像 f の表現行列について復習する. 線形写像 $f: V \rightarrow V$ が与えられたとき, V の基底 $\{w_1, \dots, w_n\}$ に関する表現行列 A とは,

$$f(w_j) = \sum_{i=1}^n a_{ij} w_i$$

であったとき, (i, j) 成分が a_{ij} となるものであった. この定義に基づいて考える. 仮定から $f(V_i) \subset V_i$ であるので, V_i の基底 w_{ik} ($1 \leq k \leq k_i$) に対し

$$f(w_{ik}) = \sum_{j=1}^{k_i} a_{ij} w_{ij}$$

と書くことが出来る. これは $f(w_{ik})$ の $w_{i'k}$, ($i' \neq i$) の係数は全て 0 であることを意味する. ここで上の定義と係数の対応を見ると, 表現行列は

$$\begin{pmatrix} A_1 & O & \cdots & O \\ O & A_2 & \cdots & O \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ O & O & \cdots & A_n \end{pmatrix}$$

となることがわかる.