基礎数学 A Nov. 9. 宿題 – 提出期限 Nov. 12. –

問題 1. (15 min.) ベクトル空間 $V = \mathbb{R}^m$ とその部分ベクトル空間 V_i, $(1 \leq i \leq n)$ を考える. V が V_i の直和, すなわち V_i の基底 $\{v_{i1}, \dots, v_{ik_1}\}$ を集めた $\{v_{11}, \dots, v_{nk_n}\}$ が V の基底となって~~いるとき~~**おり, なおかつ** $f(V_i) \subset V_i$ **であるとき**, この基底に関する V から V への線形写像 f の表現行列は以下のようになることを示せ.

$$\begin{pmatrix} A_1 & O & \dots & O \\ O & A_2 & \dots & O \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ O & \dots & \dots & A_n \end{pmatrix}$$

ただし, A_i は $k_i \times k_i$ 行列である.

問題 2. (20 min.)
(1) n 個の自然数 a_i の最大公約数が 1 のとき, ある整数 m_i があり,

$$m_1 a_1 + \dots + m_n a_n = 1$$

とできることを示せ.
(2) n 個の多項式 $a_i(x)$ の最大公約数が 1 のとき, ある多項式 $m_i(x)$ があり,

$$m_1(x) a_1(x) + \dots + m_n(x) a_n(x) = 1$$

とできることを示せ.