

基礎数学 A Nov. 5. 宿題 – 提出期限 Nov. 9. –

問題 1. (20 min.) A, B を $n \times n$ 行列とする. 行列 A の最小多項式を $\varphi_A(x)$ で表す. B が逆行列を持つとき,

$$\varphi_{AB}(x) = \varphi_{BA}(x)$$

を示せ.

問題 2. (10 min.) 次の行列の最小多項式を求めよ.

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

問題 3. (20 min.) $A_i, (1 \leq i \leq n)$ を $m \times m$ 行列とする.

$$A_1 \cdot A_2 \cdots A_n = O$$

であるとき, 次の式を示せ.

$$\sum_{i=1}^n (n - \text{rank} A_i) \geq n$$