

基礎数学 A Nov. 2. 宿題 – 提出期限 Nov. 5. –

問題 1. (30 min.) 正方行列 A に対し, 次の多項式 $f(x)$ を考える.

$$f(x) = \det(xE - A)$$

ケーリーハミルトンの公式とは $f(x)$ に A を代入すると零行列となる, すなわち

$$f(A) = O$$

となることをさす. この式の証明として以下はどこが誤りであるか指摘せよ.

$f(x)$ の定義から,

$$f(A) = \det(AE - A) = \det O = O.$$

問題 2. (20 min.) $n \times n$ の行列 A の固有値が全て 0 であるとする. このとき, ある m があり, $A^m = O$ となることを示せ.