

問題 1. (10 min.) 行列 A を次のように定める.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

この A に対し, \mathbb{R}^4 の部分空間 V_i を

$$V_i := \{x \in \mathbb{R}^4; (A - 2E)^i x = o\}$$

と定義する. V_i の生成元を記せ.

問題 2. (20 min.) N を 4×4 の行列で, $N^4 = O$ かつ $N^3 \neq O$ であるようなものとする. このとき, ある行列 P があり,

$$P^{-1}NP = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

と出来ることを示せ.