

問題 1. (10 min.) 行列  $A$  を次のように定める.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

この  $A$  に対し,  $\mathbb{R}^4$  の部分空間  $V_i$  を

$$V_i := \{x \in \mathbb{R}^4; (A - 2E)^i x = o\}$$

と定義する.  $V_i$  の生成元を記せ.

問題 2. (20 min.)  $N$  を  $4 \times 4$  の行列で,  $N^4 = O$  かつ  $N^3 \neq O$  であるようなものとする. このとき, ある行列  $P$  があり,

$$P^{-1}NP = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

と出来ることを示せ.