

基礎数学 A 課題 Jan. 21 – 提出期限 Jan. 25 –

問題 1.

行列  $A$  と  $B$  がすべてのベクトル  $x$  に対して

$$Ax = Bx$$

であれば  $A = B$  であることを示せ.

問題 2.

Unitary 行列  $A$  の列の集合は正規直交基底をなすことを示せ.

問題 3.

行列

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

のスペクトル分解を求めよ.

問題 4.

$X$  を正値 Hermite 行列,  $n$  を正の整数とする.  $X$  の  $n$  乗根, すなわち  $Y^n = X$  となる行列  $Y$  で正値 Hermite となるものは唯一つ存在することを示せ.