基礎数学 A Dec. 7. 宿題 – 提出期限 Dec. 10. –

問題 1. 　実数を成分とする $n \times m$ 行列の空間 V に次の二種類の演算を定義する.

$$\begin{aligned}\langle A, B\rangle_1 &:= \mathrm{tr}({}^tAB) \\ \langle A, B\rangle_2 &:= \mathrm{tr}({}^tBA)\end{aligned}$$

(1) 上の二つ演算が内積の性質 (1) — (5) を満すことを示せ.
(2) 上の内積が等しい, すなわち,

$$\langle A, B\rangle_1 = \langle A, B\rangle_2$$

ことを示せ.

問題 2. 　三次以下の多項式の集合を V とする. V に内積を

$$\langle f(x), g(x)\rangle := \int_0^1 f(x)g(x)dx$$

で定義する. V の基底 $1, x, x^2, x^3$ から正規直交基底を作れ.

問題 3. 　実数を成分とする 2×2 の直交行列, すなわち

$${}^tAA = I_2$$

(ただし, I_2 は 2×2 の単位行列) は以下の行列に等しいことを示せ.

$$\begin{pmatrix}\cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x\end{pmatrix}$$