

本日の X=2-

1. 授業の目標

2. 確認テスト

3. 解説

1. 技術的なこと

Thm Jordan 標準形

① A $n \times n$ 行列

ある $n \times n$ 行列 P があ

$$P^{-1}AP = \begin{pmatrix} J_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & J_r \end{pmatrix}$$

$$J_i = \begin{pmatrix} a_i & 1 & & 0 \\ & a_i & \ddots & \\ & & \ddots & 1 \\ 0 & & & a_i \end{pmatrix}$$

正方行列 対角線に a_i が並ぶ

その上の斜めの線に
1 が並んでいる。

思想的なこと.

ベクトル空間

↑ 抽象的なものを扱うことで非常に多くの

具体的な問題を同時に扱うこと

ができる。

1. A 教科書について.

指定 ... 寺尾, 小林 ← たいたいこれと似た
内容を講読する。

個人的にお勧めの参考書.

佐武一郎著 ... 「線型代数学」

補題 体について.

完美集合 K の体であるとは

K の 2 つの元 x, y に対して

$$x+y \quad x \cdot y$$

和, 積 が定義され.

0 1 単位元を含む

0 以外 a 元が積に関する逆元を持つ.

例. \mathbb{Q} ... 有理数の集合

$$\mathbb{Q}[\sqrt{2}] = \{ a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Q} \}$$

積が定義されるかを見てみる

$$(a + b\sqrt{2})(c + d\sqrt{2})$$

$$= ac + 2bd + (ad + bc)\sqrt{2}$$

$\in \mathbb{Q}[\sqrt{2}]$

0 以外の元について逆元があるか?

$$\frac{1}{a + b\sqrt{2}} = \frac{a - b\sqrt{2}}{a^2 - 2b^2} \in \mathbb{Q}[\sqrt{2}]$$

$$\mathbb{Q}(x) = \left\{ \frac{f(x)}{g(x)} \mid f(x), g(x) \text{ は } \mathbb{Q} \text{ 係数多項式} \right\}$$

\mathbb{Z} 整数の集合は体ではない.

0 以外の元が積に関する逆元がない.

$M(n, \mathbb{Q})$... $n \times n$ 正方行列で成分が

有理数であるもの

これは体ではない.

0 以外の元が積に関する逆元がない.

$$H = \{ aE + bI + cJ + dK \mid a, b, c, d \in \mathbb{Q} \}$$

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad I = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad J = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} \quad K = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

i 虚数単位.

H は体となる.