

5日です。

中間レポート問題

提出期限 2008年12月~~8~~月 17:00

高等教育機能開発総合センター一階レポートボックス

問題 1.  $s$  は正の実数とする. 次の広義積分が収束する  $n$  の範囲を求めよ.

$$\int_0^{\infty} e^{-x} x^{s-1} (\log x)^n dx$$

12/10 (木) | 阪補講

問題 2.

(1)  $n$  を自然数とする. 積分

$$\int_0^t (t-x)^{4n-1} \sin x dx$$

レポートの解説

を計算することで, 等式

$$\sin t = t - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} + \dots - \frac{t^{4n-1}}{(4n-1)!} + \frac{1}{(4n-1)!} \int_0^t (t-x)^{4n-1} \sin x dx$$

を示せ.

(2) (1) で得た等式を利用して,

$$\left| \sin t - \left( t - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} + \dots - \frac{t^{4n-1}}{(4n-1)!} \right) \right| \leq \frac{1}{4n!} t^{4n}$$

を示せ.

問題 3.  $t = \tan(x/2)$  と置換することによって, 次の不定積分を求めよ.

$$\int \frac{1}{\cos x + \sin x} dx$$

問題 4. 関数  $y = f(x)$  が区間  $[a, b]$  で  $x = c$  のみで不連続である場合, 広義積分を以下のように定義する.

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_a^{c-\epsilon} f(x) dx + \lim_{\epsilon' \rightarrow 0} \int_{c+\epsilon'}^b f(x) dx$$

この定義に基づき, 以下の広義積分を求めよ.

$$\int_0^4 [x] dx$$

ただし, 実数  $x$  に対し,  $x$  を越えない最大の整数を  $[x]$  で表す