

微分積分学 I 中間試験予想テスト

注意事項. ノート, 本など参照可. このテストは成績には関係ありません.

問題 1.  $a = \pi/3$  のまわりでの関数  $\sin x$  の Taylor 展開を第 4 項まで求めよ.

問題 2. 次のように定義された関数を考える.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

この関数について, 以下の問いに答えよ.

- (1) この関数は  $x = 0$  で微分可能であることを示せ.
- (2) この関数の導関数は  $x = 0$  で連続かどうか調べよ.

問題 3. 定数  $e$  を次のように定義する.

$$e := \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$$

この定義の元で, 次の極限を求めよ.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^h - 1}{h}$$

[ヒント:  $e^h = 1 + 1/t$  とおき,  $t$  についての極限を考えてみよ.]

問題 4. 次の極限を求めよ.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x},$$

但し,  $a, b$  は正の定数.

問題 5. 次の関数の  $n$  次導関数を求めよ.

$$f(x) = \frac{x}{(1-x)^2}$$