

科学・技術の世界 – 入門微分積分小テスト三回目 –

問題 1. 微分して次の函数となるようなものを一つ書け.

$$\sin x, \quad x^3 + x, \quad e^x.$$

解答 公式から $(-\cos x)' = \sin x$, $(e^x)' = e^x$. また, 和の積分は積分の和なので,

$$\left(\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2\right)' = x^3 + x$$

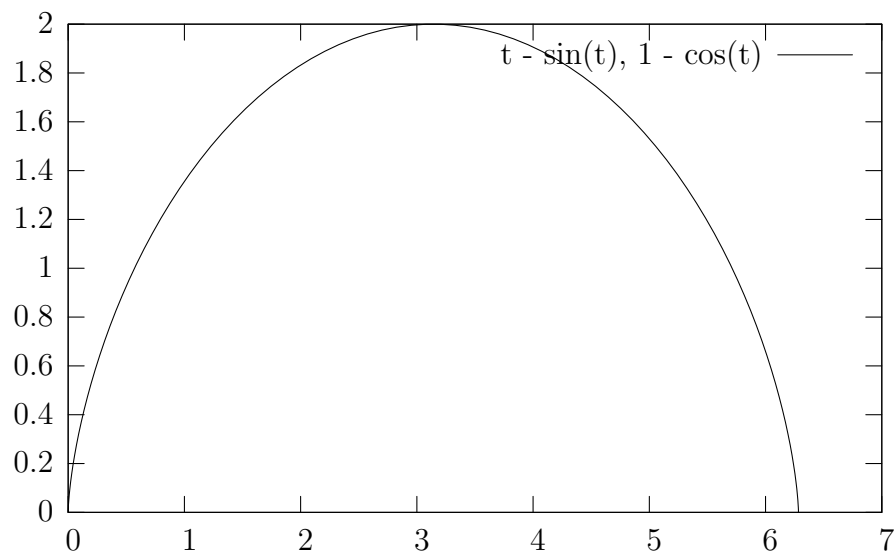
問題 2. 次の函数のグラフを描け. 但し, $0 \leq t \leq 2\pi$ とする.

$$x(t) = t - \sin t, \quad y(t) = 1 - \cos t$$

解答 増減表は次のようになる.

| | | | | | |
|--------------|---|-----|-------|-----|--------|
| θ | 0 | ... | π | ... | 2π |
| $f'(\theta)$ | 0 | + | 2 | + | 0 |
| $g'(\theta)$ | 0 | + | 0 | - | 0 |
| $f(\theta)$ | 0 | ↗ | π | ↗ | 0 |
| $g(\theta)$ | 0 | ↗ | 2 | ↘ | 0 |

これを元にグラフを描くと以下のようなになる.



問題 3. 部分積分を使って, 微分すると $\log x$ となる函数を求めよ.

解答 以下のように計算する.

$$\begin{aligned}\int \log x dx &= \int 1 \cdot \log x dx \\ &= x \log x - \int x \cdot \frac{1}{x} dx \\ &= x \log x - \int 1 dx \\ &= x \log x - x\end{aligned}$$