

科学・技術の世界 – 入門微分積分小テスト第二回 –

問題 1. 指数法則 $a^{x+y} = a^x a^y$, $(a^x)^y = a^{xy}$ を用いて,

$$\log_a xy = \log_a x + \log_a y, \quad y \log_a x = \log_a x^y$$

を示せ.

解答

$$a^{\log_a x + \log_a y} = a^{\log_a x} \cdot a^{\log_a y} = xy$$

から

$$\log_a x + \log_a y = \log_a xy$$

を得る. また

$$a^{y \log_a x} = (a^{\log_a x})^y = x^y$$

から

$$y \log_a x = \log_a x^y$$

を得る.

問題 2. 正の数 a, b に対して,

$$\frac{1}{\log_a b} = \log_b a$$

を示せ. 底の変換公式

$$\log_a b = \frac{\log a}{\log b}$$

から導いた答は認めないので注意すること.

解答 次の等式を考えればよい.

$$a^{\log_a b \cdot \log_b a} = (a^{\log_a b})^{\log_b a} = b^{\log_b a} = a$$

問題 3. 次の関数の微分を計算せよ.

$$x^3 + 2x, \quad \frac{x+2}{x^2}.$$

解答

$$3x^2 + 2, \quad \frac{-x-4}{x^3}$$

問題 4. 次の函数の微分を計算せよ.

$$\cos x, \quad 3^x \log_2 x.$$

解答

$$-\sin x, \quad (3^x \log 3) \cdot \log_2 x + \frac{3^x}{x \log 2}$$