

問題 1. 四次交代群 A_4 の三次の表現を記述せよ.

問題 2. 三次対称群 S_3 の (123) で生成される部分群を H とする. H の剰余類に対する S_3 の表現を記述せよ. またこの表現は忠実か?

問題 3. p を素数とする. 位数 p の巡回群 G の二次の表現を以下のように定める.

$$k \in G \mapsto \begin{pmatrix} 1 & k \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathrm{GL}(2, \mathbb{F}_p)$$

ここで \mathbb{F}_p は p 元体である. この表現は既約ではないこと, また完全既約ではないことを示せ.

問題 4. 三次対称群 S_3 の三次の表現を次のように定める.

$$\sigma \in S_3 \mapsto ((x_1, x_2, x_3) \mapsto (x_{\sigma(1)}, x_{\sigma(2)}, x_{\sigma(3)}))$$

この表現の既約分解を求めよ.