

- (1) 有限群 G とその部分群 H, K を考える. ある元 x に対する両側剰余類 HxK に含まれる H の左剰余類の数は $K : K \cap xHx^{-1}$ に等しいことを示せ.
- (2) 三次対称群 S_3 を $GL(3, \mathbb{F}_2)$ に埋め込んだときの元を書け.
- (3) 有限群 G とその部分群 H に対し, H と共役な群の個数は $|G : N_G(H)|$ に等しいことを示せ.
- (4) 有限群 G とその部分群 H を考える. H の $\{1\}$ でない部分群 K に対し

$$N_G(K) \subset H$$

であるとき, H の Sylow 群は G の Sylow 群となることを示せ.

- (5) G を位数 n の巡回群とする. このとき, G は n の約数を位数に持つ部分群をただ一つもつことを示せ.