

代数学 4 講究 Ver. 10/12

問題 1. 有限群 G が有限集合 X に作用しているとする. X の元 x に対し, その安定化群を

$$S_G(x) := \{g \in G; gx = x\}$$

と定義する. このとき, x と同じ軌道に含まれる元 y の安定化群 $S_G(y)$ は $S_G(x)$ と同型であること, また x が含まれる軌道の個数は $|G : S_G(x)|$ と等しいことを示せ.

問題 2. p を素数とする. 位数 p^3 の非可換群の例をあげよ.

問題 3. 位数 35 の群は $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$ と同型であることを示せ.

問題 4. 位数 12 の群で, 3-Sylow 群を四つ含む例をあげよ.