

数学概論 レポート問題

- 出題日: 11 月 11 日 (月)
- 提出期限: 11 月 25 日 (月) 10:30
- 提出先: レポートボックス No. 38

1 体 $\mathbb{k}$ は $\leq$ に関して, 全順序集合であり, 和と積が $\leq$ と整合しているとき, 以下を示せ.

- (1) $0 \leq a$ かつ $b \leq 0 \Rightarrow a \cdot b \leq 0$.
- (2) $a \leq 0$ かつ $b \leq 0 \Rightarrow 0 \leq a \cdot b$.
- (3) $a \leq b$ かつ $c \leq 0 \Rightarrow a \cdot c \leq b \cdot c$.

2

- (1) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq \alpha$ であることの定義を述べよ.
- (2) 上記の定義に従い, $a_n = (-1)^n$ は任意の実数値 α に収束しないことを示せ.

3 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \alpha$, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \beta$ とする.

- (1) $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n) = \alpha - \beta$ を示せ.
- (2) $a_n < b_n$ ならば $\alpha \leq \beta$ を示せ.

4 数列 $\{a_n\}$ が単調減少で, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ をみたすとする. $s_n = \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} a_k$ とおく.

- (1) 数列 $s_1, s_3, \dots, s_{2n+1}, \dots$ は単調減少であることを示せ.
- (2) 数列 $s_2, s_4, \dots, s_{2n}, \dots$ は単調増加であることを示せ.
- (3) 級数 $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} a_k$ は収束することを示せ.