

# トポロジーの考え方 ( 科学技術の世界 ) プリント No. 7

## 不動点定理と関連する話題

2005年12月16日説明分の解説 . 担当 石川 剛郎 (いしかわ・ごうお)

中間値の定理 :

問題 : A 市と B 町を結ぶ 2 本の道がある . 2 台の自動車が , 長さ  $2\ell$  のロープでつながったまま , A 市から B 町に移動できるとする . このとき , 半径  $\ell$  の円板の形の 2 台の貨車が , それぞれ A 市から B 町 , および , B 町から A 市へと反対方向に進んで , 接触しないで , 移動できるか ?

答 : できない . 2 本の道のそれぞれの位置の組 ( 配位 ) を正方形  $\{(x_1, x_2) \mid 0 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 1\}$  であらわす . このとき , 2 台の自動車の配位は , A 市側の端の点の組  $(0, 0)$  から B 町側の端の点の組  $(1, 1)$  に至る連続曲線を描く . また , 2 台の貨車の配位は , A 市側の端の点と B 町側の端の点の組  $(0, 1)$  から  $(1, 0)$  に至る連続曲線を描く . これらの曲線は , 必ず共有点を持つので , 2 台の貨車は , ある瞬間 , 2 台の自動車の位置関係とまったく同じ状態にある . そのとき , 両者の距離は  $2\ell$  以下であるから , そのとき , 接触が起きることになる .

Brouwer の不動点定理 :

Brouwer の一致点定理 :

ハム・サンドウィッチの定理 : パン , ハム , チーズからできているどのようなサンドウィッチでも , ある平面に沿って切れば , パンもハムもチーズも ( 体積を ) 2 等分することができる .

解説 :