

小テスト 幾何学 2 (トポロジー入門)

担当 石川 剛郎 (いしかわ・ごうお)

No. 6 (西暦 2006 年 6 月 7 日)

学生番号

氏名

教科書, 講義プリント, ノート類は見ないで, 次の問に答えよ.

問 1 : 次の空欄・空白 (6ヶ所) を埋めよ.

$\ell, \ell' : [0, 1] \rightarrow X$ を位相空間 X 上の, 始点と終点が同じ道とする : $\ell(0) = \ell'(0) = p, \ell(1) = \ell'(1) = q$. ℓ と ℓ' が p, q を止めてホモトピック ($\ell \simeq \ell'$) とは, _____ 写像 $H : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow X$ であって, 条件

$$H(t, \quad) = \ell(t), (0 \leq t \leq 1),$$

$$H(t, \quad) = \ell'(t), (0 \leq t \leq 1),$$

$$H(\quad, s) = p, 0 \leq s \leq 1,$$

$$H(\quad, s) = q, 0 \leq s \leq 1.$$

を満たすものが存在するときに言う. このとき, H を ℓ から ℓ' への _____ と呼ぶ.

問 2 : 次の空欄・空白 (2ヶ所) を埋めよ.

$\ell : I \rightarrow X$ を p と q を結ぶ道, $m : I \rightarrow X$ を q と r を結ぶ道とする. (ℓ の終点と m の始点が一致). このとき, ℓ と m の積 $\ell \cdot m : I \rightarrow X$ が

$$(\ell \cdot m)(t) := \ell(\quad), (0 \leq t \leq \frac{1}{2}),$$

$$(\ell \cdot m)(t) := m(\quad), (\frac{1}{2} \leq t \leq 1). \text{ で定まる.}$$

問 3 : 次の空欄・空白 (3ヶ所) を埋めよ.

位相空間 X と, その上の 1 点 p_0 に対し, p_0 を始点かつ終点とする X 上の道 (p_0 を基点とするループ) の全体の集合を $\Omega(X, p_0)$ とおく. $\Omega(X, p_0)$ 上には, p_0 を止めてホモトピック (\simeq) という同値関係が入っている. その商集合 $\Omega(X, p_0) / \simeq$ を位相空間 X の点 _____ を基点とする _____ と呼び, $\pi_1(X, p_0)$ と表す. これは, 道の積に関して, _____ の構造を持つ.