

# 小テスト 幾何学 2 (トポロジー入門)

担当 石川 剛郎 (いしかわ・ごうお)

No. 5 (西暦 2006 年 5 月 24 日)

---

学年

学生番号

氏名

---

教科書, 講義プリント, ノート類は見ないで, 次の問に答えよ.

問 1 : 次の空欄 ( 3 ヶ所 ) を埋めよ .

位相空間  $X$  が閉曲面  $\stackrel{\text{def.}}{\iff}$

(1)  $X$  は \_\_\_\_\_ な位相空間

(2)  $X$  は \_\_\_\_\_ な位相空間

(3) 各点  $p \in X$  に対し,  $p$  を含む  $X$  の \_\_\_\_\_  $U$  であって, 開円板  $\{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 \mid x_1^2 + x_2^2 < 1\}$  と同相なものがある .

つまり, 閉曲面とは \_\_\_\_\_ 次元コンパクト位相多様体のことである .

問 2 : 次の空欄 ( 1 ヶ所 ) を埋めよ .

$P^2 (= \mathbf{R}P^2) = S^2 / \sim$  (ただし,  $x \sim x' \stackrel{\text{def.}}{\iff} x' = \pm x$ ) を実 \_\_\_\_\_ とよぶ .  $S^2$  や  $P^2$  は閉曲面の例である .  $P^2$  は,  $\mathbf{R}^3$  の原点を通る直線全体の集合と同一視できる .

問 3 : 次の空欄・空白 ( 6 ヶ所 ) を埋めよ .

位相空間  $X$  上の道 (path) (あるいは弧 (arc)) とは, \_\_\_\_\_  $\ell : [0, 1] \rightarrow X$  のことである .  $p, q \in X$  が  $X$  上の道で結ばれているとは,  $X$  上の道  $\ell : [0, 1] \rightarrow X$  であって, \_\_\_\_\_  $= p$ , \_\_\_\_\_  $= q$  となるものが存在するときという . このとき,  $p \sim q$  と書くと,  $p \sim q$  という関係は  $X$  上の \_\_\_\_\_ となる .  $p$  を含む同値類 (つまり,  $X$  上の道で  $p$  と結ばれる点の集まり) を  $p$  を含む \_\_\_\_\_ と呼ぶ . 商集合  $X / \sim$  を  $\pi_0(X)$  と書く .

$X$  が \_\_\_\_\_  $\stackrel{\text{def.}}{\iff} X$  の任意の 2 点が  $X$  上の道で結ばれる .