

小テスト 幾何学 2 (トポロジー入門)

担当 石川 剛郎 (いしかわ・ごうお)

No. 5 (西暦 2006 年 5 月 24 日)

学年

学生番号

氏名

教科書, 講義プリント, ノート類は見ないで, 次の問に答えよ.

問 1 : 次の空欄 (3 ヶ所) を埋めよ .

位相空間 X が閉曲面 $\stackrel{\text{def.}}{\iff}$

(1) X は _____ な位相空間

(2) X は _____ な位相空間

(3) 各点 $p \in X$ に対し, p を含む X の _____ U であって, 開円板 $\{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 \mid x_1^2 + x_2^2 < 1\}$ と同相なものがある .

つまり, 閉曲面とは _____ 次元コンパクト位相多様体のことである .

問 2 : 次の空欄 (1 ヶ所) を埋めよ .

$P^2 (= \mathbf{R}P^2) = S^2 / \sim$ (ただし, $x \sim x' \stackrel{\text{def.}}{\iff} x' = \pm x$) を実 _____ とよぶ . S^2 や P^2 は閉曲面の例である . P^2 は, \mathbf{R}^3 の原点を通る直線全体の集合と同一視できる .

問 3 : 次の空欄・空白 (6 ヶ所) を埋めよ .

位相空間 X 上の道 (path) (あるいは弧 (arc)) とは, _____ $\ell : [0, 1] \rightarrow X$ のことである . $p, q \in X$ が X 上の道で結ばれているとは, X 上の道 $\ell : [0, 1] \rightarrow X$ であって, _____ $= p$, _____ $= q$ となるものが存在するときという . このとき, $p \sim q$ と書くと, $p \sim q$ という関係は X 上の _____ となる . p を含む同値類 (つまり, X 上の道で p と結ばれる点の集まり) を p を含む _____ と呼ぶ . 商集合 X / \sim を $\pi_0(X)$ と書く .

X が _____ $\stackrel{\text{def.}}{\iff} X$ の任意の 2 点が X 上の道で結ばれる .