平面幾何の旅・質問の回答　担当教官 石川 剛郎 (いしかわ ごうお)

No. 8 (２００１年６月１２日) の分

問．「双対」について，点を直線に，直線を点に，と言われても，その直線はどんな向きなのか，がわかりません．

答．こんにちは．今年は道東に行って，平行線が交わる (ように見える) ことを確認してきたいなあと思っている今日この頃です．さて，回答ですが，もっともな疑問ですね．ここで言っていることは，一般的な命題を書き換えるということです．たとえば,「任意の異なる２点に対し，その２点を通る直線がただ１つ存在する」という命題があったら，その双対命題として,「任意の異なる２直線に対し，その２直線の交点がただ１つ存在する」という命題が作れる，ということです．個々の場合の対応関係は明示していません．ここでは，その具体的な対応を明示しなくても，ある命題が成り立てば，その双対命題も成り立つ，ということを言いたいわけです．それはそれとして，明示することもできます．つまり，射影空間の点 $(a_0 : a_1 : a_2)$ に対し，射影直線 $a_0x + a_2y + a_2z = 0$ を対応させることができます．ここで，射影平面の点 $(a_0 : a_1 : a_2)$ は，零でない空間ベクトル (a_0, a_1, a_2) で定まる「視線」です．それは，空間で，平面 $a_0x + a_2y + a_2z = 0$ を決めますが，その平面の定める射影直線を対応させよ，ということです．

問．「双対」(そうつい) という考え方はどのように生まれたのですか？僕には絶対に浮かばない考え方のように思えます．やっぱり昔の人達はすごいですね．

答．そうですね．双対という考え方は，射影幾何ときってもきれないので，自然に生まれた概念だと思いますが，その際に，上の回答に少し書きましたが，解析幾何 (座標幾何) が果たした役割は大きかったと思います．

問．「双対」という概念はとてもおもしろいものだなと思ったのですが，何を目的にして誰が考えたのですか？三角形の双対は何ですか？

答．誰が考えたかはわかりませんが，いろいろなことを考えていくと，誰かがいずれ自然に思いつくことであった，と思うのですが，いかがでしょう．ところで，三角形の双対は三角形です．

問．「１点で交わる２直線」の双対は「１直線で結ばれる２点」だと思うのですが,「１点ですら交わらない２直線 (平行)」の双対は，あるとしたら,「１直線で結ばれない２点」となり，どういうものかわからなくなってしまいます．

答．ここでは，直線とは射影直線のことです．ですから，２直線は必ず交点を持ちます．

問．双対とは私たちが何かを鏡にうつしたもののようなことですか？ドラえもんの「アベコベミラー」では，鏡にうつした世界が，あべこべの定義になっているようです．

答．あくまで，たとえ話です．ふつうの鏡にうつすと左右が逆になりますが,「双対の鏡」に写すと，点と直線が入れかわるということです．ところで，私 (石川) のまわりの人に聞いてみると,「４次元ポケット」は誰でも知っていましたが,「アベコベミラー」は誰も知りませんでした．

問．「射影幾何では，ある命題が正しければ，その双対命題も自動的に成立する」とありますが，双対と対偶は全く別のことでしょうか．

答．別のことです.「対偶」は形式論理での話であって，どんな命題でも，その対偶命題はあります．一方，点と直線の「双対」は，射影平面幾何に限った話です．

問．「論理」でいう「命題の対偶」というものは双対の一種と考えてよいのでしょうか？

答．別のことですが，論理と射影幾何に類似性がありますね．対偶を作ることとは違いますが，命題 P を，その否定命題 $\neg P$ に置き換え,「かつ」を「または」に対応させると，論理的あべこべの世界ができますね．真が偽になり，偽が真になり… 論理と関連して,「ブール代数」というものがありますが，それと射影幾何は関連します．有名なフォン・ノイマンは，射影幾何を一般化して「連続幾何」というものを作ろうとしましたが，失敗したと言われています．

問．射影幾何で命題が正しくても，その双対命題が正しくない場合はあるのでしょうか？

答．射影幾何で命題が正しければ，必ずその双対命題も正しいのです．なぜなら，その命題の証明を，機械的に書き換えれば，双対命題の証明が出来上がるからです．

問．証明の時は,「双対より成り立つ」というような書き方ができるものなのですか？

答．できます．もちろん，双対についてもう少し時間をかけて，正しく理解した後で，そのような書き方をすることをお勧めします．

問．平行線の双対はどうなるのですか？

答．双対は射影平面で考えているので，平行であるとか平行でないとか，という区別はありません．

問．点 P を通るペンシルと点 P' を通るペンシルを考えたとき，点 P を通る，軸と平行な直線をひいたとき，点 P' を通り軸と平行な直線が対応していると言えるのですか？

答．良い質問ですね．言えます．軸 (これも１つの射影直線) の上の無限遠点を介して，対応します．

問．射影幾何に平行という概念が無いというのはわかっているのですが，射影平面ではどんな２直線でも，ユークリッド幾何の「平行」となりませんか？たとえば，射影平面で自分の立っている真下で，２直線が交点を持っているとします．射影平面では，平行な２直線でも無限遠点で交点を持つということなので，この場合，自分の立っている場所が無限遠点であると考え，この２直線も平行であると言えませんか？

答．良い発想ですね．細かい部分は正確でないですが，おおよそ正しい指摘です．射影平面は，いたるところ均質であり，実は，無限遠直線とその他の射影直線を区別することはできません．

問．「射影直線はどの場合でも直線に１点を余分に付け加えたもの」とはどんな意味ですか？

答．普通の平面上の直線の場合，その直線の方向の無限遠が１点付け加えられます．

問．射影平面での無限遠点と複素球面での無限遠点は違うものですか？

答．違うものです．現代数学の記号を使うと，$\mathbf{R}P^2$ と $\mathbf{C}P^1$ は違う空間です．そして，$\mathbf{R}P^1 \subset \mathbf{R}P^2$ は「円周」と「同相」だが，$\mathbf{C}P^0 \subset \mathbf{C}P^1$ は１点からなるということです．

問．「結ぶ」とは，どういうことですか？

答．２点を結んで直線を引く，ということです．ところでこの回答を書いているとき，突然「あの娘 (こ) の作った塩結び (しおむすび)」という，昔の歌謡曲の歌詞をなぜか思い出しました．失礼しました．

問．ある１点を通る直線の集まりを，なぜペンシルというのですか？英語ではペンシルには,「鉛筆」という意味の他に「束」という意味があって，その「束」という意味をとって「ペンシル」と名付けたのですか？

答．その通りです．

問．「ある１点を通るような直線の集まり」とありますが，何本以上の直線でペンシルと呼ぶのですか？

答．ある１点を通るようなすべての直線をペンシルと呼びます．ですから，無数 (無限個) の直線の集まりです．

問．直線上の無限個の点と直線は同じものですか？

答．良い質問ですね．区別しています．たとえると，日本国民と日本国の違いのようなものです．個々のメンバーと全体の組織という違いがあります．ですから,「直線から直線への射影」と言っていたことは，詳しく言えば「直線上の点の集まりから直線上の点の集まりへの射影」となります．

問．直線の双対は，平面ということになりませんか？直線は「点を無限個だけ直線上に並べたもの」と言えると思います．それは,「無限個の点が同一直線上にある」ということなので，その双対は「無限個の直線がある１点で交わる」ということになると思います．これは平面のことなのではないでしょうか？

答．確かに平面を埋めつくしますが，平面そのものではなく，あくまで直線の集まり (ペンシル) です．

問．プリント 3-1 の上から２番目の絵で，右の絵は，左の絵の双対なのですか？

答．違います．左の絵は，配景写像の説明図で，右の絵は，射影の説明図です．

問．「双対」とは，点を直線におきかえ，直線を点におきかえるものだというのはよいのですが，では,「直線を平面に」とか,「平面を空間に」という置き換えはないのでしょうか．たとえば，３「直線」が一「平面」上にある，の双対が，３「平面」が一「直線」上に交わる，とか．３次元空間でも双対という考え方はできるのですか？

答．よいところに気がつきましたね．できます．射影立体幾何，あるいは３次元射影幾何ではそのような双対があります．一般に n 次元射影幾何では，r 次元部分射影空間の双対が，$n-r-1$ 次元部分射影空間になります．

問．なぜふつうの平面で配景写像という概念がとり入れられなかったのかがわかりません．

答．点 P を中心とした ℓ から m の配景写像を定義する際，ℓ の点 Q に対して，直線 PQ が m と平行になるとき，交点がなく，配景写像が定義されないからです．必ず「射影平面」において考えなければいけません．

問．太陽と水面にうつる太陽は，地平線を軸として配景的であると言えるのでしょうか？

答．円は，線分で表されない図形なので，定義していません．しかし，たとえば，円の接線を考えるなどして，定義を拡張することは可能です．

問．n 角形，円，曲線さらには立体の双対というものは存在するのでしょうか？

答．存在します．それを説明するには，もう少し数学的な準備が必要なので，ここでは述べられませんが，存在します．

問．固有２次曲線と直線の交点がたかだか２点しかないというのは間違っているような気がします．双曲線も固有２次曲線ですよね．双曲線と直線が４点で交わる場合があると思うのですが．

答．間違っていません．確かに双曲線も固有２次曲線ですが，双曲線と直線の交点は，多くても２点です．質問書に双曲線の図を書いてありますが，その図は正確ではありません．交点が４点あることはありません．

問．双対という概念は，幾何学だけのものなのですか？代数や他の分野に応用できないのですか？

答．応用できます．実際，射影幾何の双対に基づいて，代数でも解析でも「双対」という考え方ができました．たとえば,「双対ベクトル空間」というのを知っていますか？

問．デザルグの定理の証明の，f_3 で H_1 が H_2 に写るから，H_2 が直線 RH_1 上にあるというところがわかりません．

答．f_3 は点 R 中心の ℓ_1 から ℓ_2 への配景写像なので，定義から直線 RH_1 と ℓ_2 の交点が H_2 なので，とくに，H_2 は直線 RH_1 上にあります．

問．配景写像を使う時，基準点から外側に配景写像を使っても，外側から基準点のほうに適用しても良いのですか？

答．そうです．２直線と基準点 (配景写像の中心) の位置関係は，その点が直線上にない限り，どこにあっても良いのです．

問．「直線を軸として配景的」というのがわからないです．

答．デザルグの定理の結論を参考にしてください．ちなみに，双対をとれば，点を中心として配景的ということになります．

問．２回配景写像をしたときの２つの軸だけで，同じ写像を１回だけにするときの軸を作図できますか？

答．できません．１回の配景写像では表されない射影があるからです．少なくても２回配景写像を続けなければなりません．(実は２回で十分)．

問．デザルグの定理で，辺 CB と辺 FE が平行なとき，$\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ はある点を中心として配景的ではないと言うのですか？

答．平行であろうとなかろうと，定理の仮定をみたしていれば配景的です．思い出してください．射影平面ではたとえ平行な直線であろうと交点が存在します．定理の結論は，３点 P, Q, R が一「射影直線」上にある，ということです．

問．配景写像は日常生活においてどのように使われているのですか？趣味で，定理を証明したりするとき以外では，日常生活では使わないのですか？

答．個人差がありますが，皆さんが物を見るとき，配景写像を使っていますね．物をみることは日常生活に入りませんか？絵を描くときにも配景写像を使いますね．日常生活では絵を描きませんか？コンピュータのゲームソフトでは，遠近感を出すために配景写像を使っています．日常生活でゲームはしないかな．ところで趣味は大切です．趣味のない日常生活ほど味気ないものはありません．趣味のない日常生活なんて考えられませんね．趣味に限らず「精神生活」は大切です．ものごとを知る，理解する，ということの楽しさは何ごとにも替えがたいものですよね．

問．球面で考えたとき，無限遠直線というものは，どのようなものになるのですか？まったくイメージできません．

答．赤道の部分です．それを前後で区別しないものです．

問．「平面幾何の公理 I ～ IV だけではデザルグの定理は証明できない」とあったのですが，デザルグの定理の証明の中のどの部分に平面幾何の公理以外のことを使っているのですか？

答．「平面射影幾何」の公理ですね．公理以外とは,「射影幾何の基本定理」です．不思議なことに，３次元以上の場合は，公理から基本定理に該当する命題は証明できるのですが，２次元 (平面幾何) の場合は，公理だけからは「基本定理」は導かれません．思い出してください.「基本定理」は，具体的な射影平面上で議論を行っているということに基づいて，線形代数 (あるいは座標幾何) を使って証明されました．

問．「直線上にはすくなくとも異なる３点がある」という公理はどういうことですか？

答．これはあくまで，公理であり,「直線」は無定義語であり，公理に述べてある性質だけを使って推論するというの

が「公理主義」です．その立場からすると,「直線」は皆さんが知っている (知っているつもりの) 直線とは違うかもしれないわけです．皆さんが知っている直線は，３点どころか，４点でも５点でもありますね．無限個あります．連続濃度あります．そういう直線とは違うかもしれない．違っていても，その理論が通用するということが大切なわけです．いわゆる汎用性です．たとえば「有限射影幾何」というものがあり，この講義で説明した射影幾何と様子がかなり違うが，類似した結果が成り立つということがあります．詳しくは，たとえば，佐藤肇，一楽重雄著「幾何の魔術」日本評論社，という本を見てください．そこにおもしろいことがたくさん書いてあります．

問． 僕は道東の中標津出身，札幌育ちなんですが，道東の方に行くと，よく平原に直線道路一本だけが地平線に向かっていく風景が見られます．必ずしも厳密にこの道路が直線とは言えないかもしれませんが，地平線では道路の両端が必ず一点で交わります．(「射影平面では２平行線が交わる」という) イメージとしては合っているのですか？

答． そういうことです．地平線に地面はないのですが，そこに”あたかも”点がある (方向によって無数にある，無限遠直線がある) と考えたものが射影平面です．

問． ４次元空間の原点を通るものは射影空間でいうと立体を表しますか？

答． そうです．$\mathbf{R}^4$ の原点を通る直線の全体は，いわゆる「３次元射影空間」と呼ばれるもので，$\mathbf{R}^3$ に「無限遠平面」を付け加えたものと考えられます．

問． 拡大，縮小は写像の特殊なものと考えてよいのでしょうか？

答． その通りです．

問． 質問の回答にあった「球面を裏がえす」というのがわかりません．球面が見ためには表面がおおわれているので，裏側が表に出てくるということが想像できません．それは３次元で行われていることなのでしょうか？普通にやったらどうしても裏が表に出てくるために最低でも穴が一点はないと不可能に感じるのですが．

答． そう感じるのはもっともですが，直感に反することも数学の事実として証明されることがあるということです．ただし，ここで「球面を裏がえす」ときに，前回の回答に書いたように自己交差は許しています．たとえば，球面の北極と南極を指で押していって，自己交差させて，裏返る一歩手前までは行けるわけです．でも，その先が，常識では考えられない，でも角 (かど) を作らないで裏返すことが実は可能であるということがわかっているということです．

問． 「複素数平面を２つ組み合わせると４次元になりますか？」という質問の答えで,「なります.」と書いてありましたが，もう少し説明をお願いします．

答． 次元とは，その空間を記述するのに必要にして十分なパラメーターの個数のことです．複素数平面は，２次元です．複素数 $x+iy$ の実部 x と虚部 y の２次元です．複素平面を２つ組み合わせて $\mathbf{C}^2$ を作ると，２つの複素数 $x+iy, u+iv$ の実部 x, u と虚部 y, v の４次元になります．ところで，通俗書には，４次元とは，縦横高さと時間である，などと書いてありますが，何もそれに限るわけではありません．

問． ドラえもんが４次元ポケットを開いたとき，４次元と３次元が交わりますが，どうなっちゃうのでしょうか？

答． 私 (石川) は,「おじゃる丸」には詳しいのですが，ドラえもんには詳しくないので,「４次元ポケット」をよく知らないのですが，次元が高いので，なんでも入るポケットということですね.「４次元と３次元が交わる」ということは，たとえば，３次元空間を平面で切り取るということと同じで，何も問題ないと思います．ドラえもんは懐が深く，奥行きのあるネコであるということでしょう．

問． １次元，２次元，３次元とはよく聞きますが，何次元まであるのですか？

答． 何次元までもあります．では,「どこにあるか」と聞かれたら，それが想像力のすばらしさだ，と答えます．たとえば，統計の分野では，100 個の種類の違う独立なパラメーターがあれば，それで，100 次元空間を扱うことになります．実生活で皆さんも高次元空間を毎日使っています.「良心はどこにある．君のこころの中にある」．

問． n 次元と言ったとき，その軸のとり方は n によって１種類しかないのですか？たとえば,「高さ，時間」だけを軸とした「２次元」ということになるのでしょうか？

答． 次元というのは「記述するのに必要かつ十分なパラメータの数」なので，軸のとり方も無数にあります．

問． n 次元空間における内積は $\sum_{k=1}^{n} a_k b_k$ となるのですか？

答． その通りです．

問． 自然対数の底である「e」は，どうやって見つけられたのですか？$e = 2.718\cdots$ であることを昔の人はどうやって調べたのですか？

答． 「ネピアの数」とも呼ばれています．この数の発見の歴史的な経緯はともかく，自然に発見されたのだと思います．その根本的な性質は，微分を学ぶと必ず出てくる式 $(e^x)' = e^x$ にあります．微分というのは自然を記述するのに不可欠であることは御存じだと思いますが，微分しても変化しない関数を表そうとすると，どうしても e という数が必要になります．それから，e の小数点展開の求め方ですが，たとえば，$e = 1 + 1 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{6} + \dfrac{1}{24} + \cdots$ を使えば，近似値が求まりますね．

問． ビッグバンが起こる一瞬前，そこは全てのベクトルが 0 だったはずですね．それだったら，もしかしたら，この宇宙と全く逆の宇宙がどこか見えないところに (すぐ裏にあるかも) あるかもしれないじゃないですか．

答． わかりません．ところで，裏とはどこの裏にあるのでしょうか．

問． 虚数 (時間)，複素数 (平面) は実在している (た) のですか？ホーキングが提唱した理論では，宇宙の誕生前は，虚数時間が流れていたといいます．

答． 「実在」しているかいないか，ということは，意味がはっきりしていないので，数学的に答えることは不可能なのですが，その概念が不可欠かどうか，という点で言うと，複素数や複素数平面の概念は不可欠です．そして，実社会でも毎日使われています．ただし,「時間」という概念の扱いは難しく，ホーキングの理論の検証もできていないので,「虚数時間」の概念が，本当にわれわれにとって不可欠な概念かどうかについては，もう少し学問の発展を待つ必要があるようです．ところで,「誕生前」とか,「実在していた」という言葉づかいは，虚数時間の概念にはあっていないと思いますが，いかがでしょうか．

問． なぜ三角比，三角関数と呼ばれているのですか？$\sin 270^\circ = -1$ のとき，270° とはどこにあるのでしょうか？辺の比なのに負の数とはどういうことでしょうか？

答． 歴史的に三角形をもとに定義されたので，今でもそう呼ばれています．その概念の実体が変わっても名前が変わらないことはよくあります．名前は「しっぽ」のようなです．ひきずります．たとえば，ゲタもないのに下駄箱 (げた

ばこ)，紋付なと持っていないのに衣紋掛け (えもんかけ)，飛行機で運んだのに舶来品 (はくらいひん)，など，皆さんは使わないとは思いますが，つい最近まで使われていた言葉です．

問． $\lim_{x\to 1-0}[x]$ は？

答． 0 です．$0 < x < 1$ のとき，$[x]$ は，x を超えない最大の整数だから 0 で，その極限だから 0 です．

問． 複素数を使って図形 (グラフィック) を描く場合，一体何ができるのですか？

答． たぶんフラクタルの原理を使っているのでしょう．

問．「mathematica」とはどのようなソフトですか？

答． 数式計算ソフトです．微分，積分，因数分解，行列式の計算，曲面を描くなど，いろいろ使えます．似たソフトに「Maple」があります．

問．「Pavray」はわからないです.「Shade」とか「六角大王」みたいなものですか？

答．「Povray」かも知れません．ところで,「Shade」とか「六角大王」とはどんなものですか？

問．「ペンローズのタイル張り」とは何ですか？

答． 高次元空間に書かれた格子点を，平面にある方向から射影して得られる平面の分割です．規則性のない分割の仕方として注目されています．ちなみに，ペンローズという人は，宇宙物理で，ツイスター理論を提唱し，ホーキングと仕事をして宇宙の特異点の研究をしたり，量子力学をつかって，人の心を調べようとしている多才な人です．

問． ケーリー・ハミルトンの定理に名を残すハミルトンという人はどんなことをした人なのですか？

答． ハミルトン力学やハミルトンの４元数で有名な数学者です．物理系を記述するのに，まずその「ハミルトニアン」を見つけるということをよくやりますね．

問． 和算と洋算の違いは何ですか？

答． 本質的な違いはないと思いますが，やはりギリシャ生まれの論証性は，和算に足りなかったのかもしれません．論証性が足りないと，普遍性がなくなり，応用もできず，本当に恣意的に「趣味的」になってしまったのかもしれません．でも，現在，和算に関する研究が進んでいるので，その研究成果に注目していきたいと思います．それとは別に「そろばん」の存在は偉大で，日本の経済的発展を底辺で支えてきたという意義があります．私 (石川) も子供のころ，そろばんを習いました．３級までは行けなかったけれど... ところで，和食と洋食の違いは，和食が健康的で洋食が不健康的である，ということでしょうか．私 (石川) は，とくに最近，年のせいか，和食が好きになりました．和服と洋服の違いは，趣味的か実用的か，ということでしょうか．和服も着こなせるようになりたいと思っています．和食器と洋食器では，和食器のほうが融通がきいて使い勝手が良いですね．和楽 (邦楽) と洋楽では，邦楽の方が癒されますね．モーツァルトも好きですが．和画 (邦画) と洋画では，絵画も映画も洋画の方がおもしろいですね.「男はつらいよ」は好きでしたが．

問． トポロジーが現代社会でどのように活用されているか教えてください．むかし，駅の料金表などはトポロジーを使っているような話を聞いたことがあります．

答． トポロジーは図形のつながり具合を調べる幾何学なので，たとえば，回路や配線に応用されます．路線図も，実際の距離よりも,「どうつながっているか」だけが問題となるので，トポロジーの問題であると言えます．また，たとえば,「セールスマン巡回問題」など，一見図形の問題ではないようなものも図形化してトポロジーを応用するといろいろおもしろいことが言えたりします．

問． トポロジーとは何ですか？この後の講義で扱っていく予定はありますか？

答． 第１回の講義で説明したように，射影幾何のあとは，平面曲線のトポロジー (位相幾何) の紹介をする予定です．乞御期待．

問． 抽象的なことを理解するためには，日頃どのような勉強をすればよいのですか？回答書の中に「小学生にもわかるように...」と書いてあったところに，平面を理解するためには，それなりの抽象能力が必要と書いてあったのですが,「それなり」以上の抽象能力がなくては，きちんとした理解が生まれないと思ったのですが，どのように日頃から訓練したらよいのでしょうか？

答．「訓練」というと軍隊のようで好きではないですが，どんな身近なことでも「ものごとの仕組み」を見極めようとすると良いかなと思います．でも，誰でも日々の経験から抽象能力が必然的に鍛えられるということも確かです．恋，仕事，夢，希望，お金，誇り，過去，未来，幸福，老い，死,... 平面 (無限に広がる平面) を理解するのは，小学生には無理でも，普通に生活している大人なら十分に可能だと思うのですが，いかがでしょう．ところで，大阪難波の日本橋には，大きな家電街があるそうですね．東京の秋葉原，京都の祇園の南もそうですね．他の町のことは知りませんが．また，札幌の梅雨もどきはどれくらいまで続くんでしょうか？という疑問が寄せられました．私 (石川) は以前から,「北海道に梅雨がない」というのは嘘である,「北海道にも梅雨がある」と思っています．また，東大寺の日光月光菩薩とは何ですか？という質問をもらいました．ぜひ，奈良の東大寺の三月堂を訪れてください．心が洗われるようですよ．それから,「徹子の部屋」に三波春夫さんの息子さんらしき人が出ていました．残念ながらビデオはとれませんでした．という情報が入りました．ビデオにとる程のことはないと思います．それから，マッド・ディモン主演の映画「グッド・ウィル・ハンティング」で，奇妙な数学をやっていたのですが，どのようなものなのかわかりますか？という質問がありました．見ていないのでわかりません．ところで，先日行きつけの床屋で，雑談しているときにもこの映画のことが話題になり，ぜひ見てみたいと思っていました．近日中に実現します．と，ここまで書いた後で，週末にビデオを借りてきて見ました．ロビン・ウィリアムスも出演していましたね．養父から虐待を受け，心に傷をもち，粗暴な生活を送っている孤独な若者「ウィル」が数学の才能を見い出され，いろいろな出会いを通して，人間的に成長し，新たな人生への旅立ちをする，という映画ですね.「人生とは何か」ということを描いたおもしろい作品ですね．でも数学の部分は，残念ながらお粗末でした．たとえば「ウィル」が，フィールズ賞を授賞した数学者の提出した問題を解くところがありますが，黒板１枚に，４次行列の３乗 (?) などを計算して，重要な問題がすぐに解けるほど，現代数学は単純ではありません．まあ，文系の学問よりは数学は単純な学問なので，天才なら，２～３年ぐらい修行期間があればなんとかなるかもしれませんが，とても映画のようには行きませんね．インド出身の数学者ラマヌジャンのことを少し思い出しましたが．映画はもちろん虚構ですが，質の高い虚構を描くには，細部に手を抜かず，リアリティーが求めないといけませんね．それに，数学とは関係ないですが，やたら「ファック」という英語の会話には少しだけ辟易 (へきえき) しました．でも，この映画をみることができたのも，皆さんにいろいろ教えてもらったお蔭だと感謝しています．この機会がなければ見逃していたと思います．一期一会．痛みに耐えてよくがんばった，感動した．ではまた．