

【 可微分多様体 】

可微分多様体(differentiable manifold)とは, 各点のまわりに局所座標(チャート)がちゃんと取れる空間のこと. (現代幾何学を展開する場所). 「座標変換」が微分可能になることを要請. (無限回微分可能, 実解析的, 複素解析的,...)
チャート(chart), アトラス(atlas). 局所座標系(local coordinate system), 局所座標近傍(local coordinate neighborhood). (微分積分に帰着)

【 可微分写像 】

多様体から多様体への可微分写像(differentiable mapping)とは, 局所表示が微分可能であるような連続写像.
多様体の中の微分同相写像(diffeomorphism). (2つの多様体をいつ同じものと見なすか).
曲線とその接ベクトル(tangent vector). 写像の微分(differential)=写像の線形化(linearization). (線形代数に帰着).
沈め込み(submersion). はめ込み(immersion). (沈め込みでないところを臨界点, 沈め込みでもはめ込みでもないところを特異点などと申します).
部分多様体(submanifold). 陰関数定理(implicit function theorem)の応用. (具体例が大事).

【 ベクトル場 】

ベクトル場(vector field)と流れ(flow)と微分同相写像(diffeomorphism). (流体をイメージ).

【 微分形式 】

「関数の微分」と余接ベクトル(cotangent vector). (双対ベクトル空間は難しい).
微分形式(differential form): 微分1形式(differential one-form). 微分2形式, 微分3形式, ... (微分形式がわかれば一人前?)
微分形式と微分形式の外積(exterior product). 面積, 行列式, グラスマン代数, ...
微分形式の外微分(exterior differential). 引き戻し(pull-back). ベクトル場との内部積(interior product).

