幾何学１質問の解答　担当教官 石川 剛郎 (いしかわ ごうお)

No. ９ (１９９９年７月７日) の分

問． 共変微分を考える必然性は何ですか？

答． 共変微分を考えるのは，空間が歪んでいるからです．いまユークリッド空間の中での，等速直線運動 $\mathbf{p}(t)$ を考えてみましょう．その速度ベクトル $\mathbf{p}'(t)$ は，すべて平行ですね．つまり，ある時刻の速度ベクトルを平行移動することによって，他の時刻の速度ベクトルが得られます．この条件は，微分を使って，$\mathbf{p}''(t) = \mathbf{0}$ と表されますね．しかし，曲面，たとえば球面上の曲線に沿った運動 $\mathbf{p}(t)$ について，同じことを考えようとすると，おかしなことになります．速度ベクトルが，平行移動で移るという意味で "変わらない" ような運動，その軌跡は曲面上の**測地線** (geodesic) とよぶべきもので，これが，曲面あるいは，多様体での「直線」の類似物ですが，それを考えるためには，まず，平行移動とは何？という問題が生じます．これは，微分とは何？という問題でもあります．球面上に直線を載せるのは，ちょっと無理，絶対無理なので，$\mathbf{p}''(t) = \mathbf{0}$ という条件では，測地線は記述できません．すこし計算してみると，速度ベクトル自体，つまり，１階微分に関しては，問題がないことがわかります．接ベクトルという考え方は，すぐに正当化されます．しかし，速度ベクトル場の微分，位置ベクトルから見ると，２階微分ですが，これは難しい．計量，あるいは，正確にいうと，計量から定まる，**接続**という概念がかかわってきます．共変微分にはそのような背景があります．測地線は，等速運動であって，その速度ベクトル場の共変微分 $\dfrac{D\mathbf{p}'(t)}{dt} = \mathbf{0}$ という条件で定義されます．

問． 共変部分の「共変」とは，どういう意味ですか？以前，共変テンソルというのを習いましたが，それと同じ意味ですか？反変テンソルがあるので，反変微分もあるんですか？

答． ともに変わる，という意味ですね．covariant です．この質問を受けるまで，深く考えずに使っていた言葉でしたが，確かに，共変テンソルの共変も，ともに変わるという意味で使っていますね．反変は，反して変わる，ですか．ともかく，共変微分の大切な性質は，p.104 の (4.10) ですね．つまり，正規直交フレームのとり方によらず，リーマン計量のみに依存する，intrinsic な微分という点です．この意味で共変という言葉を使っていると推測されますが，詳細は不明です．数学辞典 (岩波書店) によれば，**共変微分は多様体上の微分**だそうです．反変テンソルはありますが，反変微分なんて聞いたことがありません．

問． 曲面上の曲線上のベクトル場 X の，その曲線に沿った共変微分 $\dfrac{DX}{dt}$ は第１基本形式だけに依存する，ということですが，それはなぜですか？

答． 教科書 pp. 102–103 を見てください．

問． 共変微分 $\dfrac{DX}{dt}$ は加速度の役割をするのですか？

答． X が，考えている曲面上の曲線の速度ベクトル場 ($X(t) = \mathbf{p}'(t)$) のときは，そう考えて良いです．ただし，その場合，曲面上に拘束された運動である，というふうに考えると良いと思います．つまり，$X'(t) = \mathbf{p}''(t)$ そのままではなく，そのうち，曲面に接する方向の部分が，丁度，"外力" に対応するので，その部分だけ取り出したわけです．そんな背景はありますが，ここでは，X としては，速度ベクトル場に限らず，曲線に沿って指定された接ベクトル場ならなんでも良いのです．これから，その共変微分の考え方を用いて，ベクトルの (曲線にそった) **平行性**が定義されます．

問． 共変微分を，球面上の大円，小円を挙げて説明していましたが，あの所の説明がよく分かりません．

答． 大円の場合，その速度ベクトルを微分してできるベクトルは，球面の中心を向きます．ですから，それ自体，法ベクトルであり，接ベクトルの部分，つまり，共変微分は 0 になります．小円の場合は，その円の中心を向きますが，それは球面の中心からはずれます．つまり，球面の接平面と垂直ではないので，接ベクトルと法ベクトルの和に分解したとき，接ベクトルの部分，つまり，共変微分は 0 ではありません．このようなことを講義で説明しました．

問． 大円は，ただ１つしか存在しないのでしょうか？

答． たくさんあります．大円は，球面と，その球面の中心を通る平面，これはたくさんありますね，それとの交線 (共通部分) です．

問． 接ベクトル空間と，１次微分形式の空間が，互いに双対空間になるとは，どういうことですか？

答． ベクトル空間には，必ず，その**双対ベクトル空間**というものが付随します．ベクトル空間 V に対し，双対ベクトル空間を V^* で表します．V^* は V から，スカラー全体のなす１次元ベクトル空間，実ベクトル空間の場合 $\mathbf{R}$，への線形写像の全体のなす空間です．これに自然にベクトル空間の構造が付与されます．さて，多様体 M 上の点 p における接ベクトル空間を，T_pM で表します．その双対ベクトル空間は，１次微分形式 (をその点 p を固定して考えたもの) の空間に一致します．(講義で話した，双線形形式 $\langle \varphi, X \rangle$ を使って，そのことを示すこともできます．) これを**余接ベクトル空間**とよびます．この

空間は，したがって，$(T_pM)^*$ と書くべきですが，通常 T_p^*M と書くことが多いようです．

問． コフレームとはどういう意味ですか？

答． フレームは frame，コフレームは coframe，あるいは co-frame です．*co*– は共同の，とか，相互の，とかいった意味づけをする接頭語ですね．数学では,「余」や「双対」などと訳すことが多いようです．語呂は良いけれど,「子」とは訳しません．親子関係を連想して，一方が他方より優位である，主従関係がある，などと誤解されないようにするためです.「余」も，残りもの，といった意味ですが，1 から $\frac{1}{2}$ を引いた残りは，$\frac{1}{2}$ だから，平等性を確保できる翻訳ではないかな，と思います．同じように，接ベクトルは tangent vector，余接ベクトルは cotangent vector です．接ベクトル場は tangent vector field，余接ベクトル場は cotangent vector field です．当然予想できると思いますが,「余接ベクトル場」は，１次微分形式の別名です．同じ概念です．

問． 正規直交フレームは，リーマン計量によって，正規直交コフレームから得られるということでしょうか？

答． その通りです．よく気がつきましたね．具体的な空間曲面では，接ベクトル場の正規直交フレームをとって，そこから，正規直交コフレーム θ_1, θ_2 をとりましたが，抽象的な場合，発想を転換して，リーマン計量と適合する正規直交コフレームをまず選んで，しかるのち，その双対基底であるところの，正規直交フレーム $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ をとったわけです．それが，正しい論理的順序です．

問． 単位円板上のポアンカレ計量の正規直交フレームを図示したときの，小さな矢印がわかりません．

答． $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ はフレームなので，各点に対して，(接空間の) 基底を与えているわけでしたね．具体的に，(u, v) の値を代入したとき，$\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ の成分は，(u, v) が境界に近づくほど，小さくなることが，式の形を見てわかります．それを図示したにすぎません．小さく見えるのは，皆さんが，ユークリッド星人だからです．ポアンカレ星では，図示したベクトルの長さはすべて 1 なのです．

問． ポアンカレ計量などの一般のリーマン計量について，今日の授業でやっとわかった気がしました．要するに “定規” (ルール) が違うということですね？

答． うまい．座布団一枚．(英語の rule には，規則という意味の他に，定規という意味があるということですね．こんなよけいな解説をして，私 (石川) は，まるで「笑点」の円楽さんのようですね．)

問． $h\dfrac{\partial}{\partial u} + k\dfrac{\partial}{\partial v}$ がベクトル場とのことですが，ベクトルに見えません．

答． 複数のスカラーが並列していると，それをベクトルとよぶにふさわしい，足し算や，スカラー倍が定義されれば，ベクトルと呼ぶ，というようなことを，１年生のときに習っていると思います．$h\dfrac{\partial}{\partial u} + k\dfrac{\partial}{\partial v} + h'\dfrac{\partial}{\partial u} + k'\dfrac{\partial}{\partial v} = (h + h')\dfrac{\partial}{\partial u} + (k + k')\dfrac{\partial}{\partial v}$, $a(h\dfrac{\partial}{\partial u} + k\dfrac{\partial}{\partial v}) = ah\dfrac{\partial}{\partial u} + ak\dfrac{\partial}{\partial v})$．おっ．これはまさにベクトルじゃないですか．(ここは，念を押して確認するように発音してください．)

問． 双対性とは何ですか？どこかの記事で,「あるものごとに対して，双対的なものというのが必ずあるから，双対的なものを探すくせをつけよう」と書いてありましたが，身近なもので双対的なものはありますか？

答． 何が身近で何が身近でないかは個人差があるので，難しいですが，もともと，双対性が意識されたのは，私 (石川) の知る限り，射影幾何 (デザルグの定理，パップスの定理，パスカルの定理など，知っていますか？) が発祥の地ではないかと思います．これは私 (石川) の好きなテーマで，射影幾何についてならいくらでも書けますが，たとえばですね，２直線が１点で交わる，ということの「双対」は，２点を通る直線が１本ある，ということ，３直線が１点で交わる，ということの「双対」は，３点を通る直線が１本ある，ということになります．ここで注意してほしいのは，双対というのは，個々のものどうしではなく，通常，２つの概念について言います.「直線」の双対が「点」です.「交わる」の双対が,「通る」です．今回の場合,「ベクトル場」の双対が,「１次微分形式」です．他の人の質問にあったのですが，では,「２次微分形式」の双対とは何か，というのは自然な問ですね．あまりポピュラーでないですが，“外積ベクトル場” ということになります．(ポアッソン構造というものを研究するときには使います．)

問． １次微分形式と，ベクトル場は “双対的” ということでしたが，この２つをセットにして考える量があるということですか？

答． その通りです．１次微分形式 φ とベクトル場 X について，講義で説明した $\langle \varphi, X \rangle$ という関数がそれに該当します．通常，双対というと，非退化なペアリング (pairing) があり，それはスカラーの値をとります．でも，われわれの場合，曲面 (あるいは，(u, v) 平面) 上の各点で考えているので，値は (u, v) の関数ということになります．

問． 幾何学では，今回出てきた以外に双対の概念は出てこないのでしょうか？

答． ここでは書き切れませんが，たくさん出てきます．もともと，双対というのは，幾何から出てきた概念ではないかと思います．探してみてください．

問． ’97「知恵蔵」で,「先生が生徒を評価しているのと同じように，生徒が先生を評価している」など

を例として，“双対性” を説明していたのを覚えています．ベクトル場と１次微分形式が互いに他を評価しているということなんでしょうか？

答． たとえ話を，そのまま適用するのは無理があると思いますが，案外，そう理解すると良いかもしれませんね．

問． $\langle \theta^i, \mathbf{e}_j \rangle = \delta^i_j$ となるのはなぜですか？

答． θ^1, θ^2 が先に与えられたら，$\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ を，この関係式が成り立つように定める，$\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ が先に与えられたら，θ^1, θ^2 をこの関係式が成り立つように定める，ということです．

問． ベクトルの内積の，双線形性は成り立ちますか？

答． 成り立ちます．**双線形性**という概念を持ち出したのは立派ですね．皆さんの弱点は，**よく勉強していて，いろいろ知識があるけれど，その知識がばらばら**，という点だと思っていましたが，そんなことはないですね．creative ですね．

問． 閉曲面の種数 (ジーナス) とは何ですか？

答． コーヒーカップをイメージしてください．イメージしましたか？その表面をイメージしてください．イメージしましたか？その表面は，コーヒーカップだから，中央部がへこんでいると思います．へこんでいないと，コーヒーが注げません．でも，それは，空気の抜けたバスケットボールをつぶしたような形だから，球面と同相ですね，その球面に，取っ手がついていると思います．え？取っ手が欠けているんですか．何もそんなややこしいコーヒーカップを想像しなくてもよいのに．ともかく，それなら球面と同相で，取っ手 (ハンドル) がついていないので種数は 0 です．普通のコーヒーカップなら，球面に１つ取っ手がついているので，種数は 1 です．え？取っ手はちゃんと付いているけど，底に１つ穴が開いていて，コーヒーがこぼれるんですか．何もそんなややこしいコーヒーカップを想像しなくてもよいのに．それなら，種数は 2 です．

問． 向きのついた閉曲面というのは，どのようなものなのでしょうか？

答． それを説明するために,「向きのつけられない」閉曲面の例を挙げましょう.「クラインのつぼ」です．これは，空間曲面としては実現できないのですが，講義でのべた抽象的な閉曲面の条件のほとんどを満たします．コンパクトだし，ハウスドルフだし，各点は，$\mathbf{R}^2$ の領域と同相な開近傍を持つし… でも，座標系のとりかえのヤコビアンがどの場合も正になるように，局所座標系を与えることが不可能である，という意味で，向き付けすることはできません．(これが，通俗的な本によく書いてある，“クラインのつぼは向き付け不可能である”，ということの，数学的な説明 (の１つ) です．)

問． 向きのついた種数 g の閉曲面 S について，$\chi(S) = 2 - 2g$ がわかりません．

答． 一旦，オイラー標数が，３角形分割によらない，ということを認めると，上の等式は，１つの具体的は３角形分割について確かめれば良いので，チェックはさほど難しくないかな，と思います．多分，幾何学２の講義で，曲面を多角形の辺を張り合わせて構成することを学んだと思うので，その多角形を３角形に分解して，曲面の３角形分割を具体的に構成して，点や辺や面の個数を注意深く計算して，確かめれば良いかな，と思います．

問． 種数は，穴の数とのことですが，たとえば，２次元の円環領域は，種数 1 とするんですか？

答． 講義でのべたのは，あくまで (向きのついた) 閉曲面に限った話です．円環は，閉曲面ではないので，そのまま適用できないわけです．(閉集合で曲面だからといって閉曲面というわけではありません．) ただし，円環は,「境界のついた曲面」である，とは言えます．誤解を招くかもしれませんが，実は，そのような曲面に対しても，種数の概念は拡張できます．すなわち，**その曲面から円周 (と同相なもの) をいくつ除いても連結のままか，その取り除ける最大数**を種数と定義します．円環の場合，１つでも円周を取り除くと，連結でなくなるから，(この一般化された定義のもとで) 種数は 0 となります．では，メビウスの帯の種数はいくつでしょう？

問． 種数が 3 以上のときも，種数 2 のときと同じく，双曲型と呼ぶのですか？

答． 語弊があるかもしれませんが，そうです．つまり，種数が 2 以上なら，オイラー標数は負になり，ガウス曲率がいたるところ負であるようなリーマン計量が入ることが示せます．われわれがすでに学んだように，古典的な空間曲面論との関連から，ガウス曲率が負ということは，主曲率の符号が異なるということだから，鞍状の曲面と類似し，双曲型と呼ぶにふさわしいわけです．

問． 曲面のジーナスが ∞ ということはありますか？

答． 閉曲面の場合はありません．ジーナスは，0 以上の整数です．しかし，コンパクトではない曲面なら，ジーナスが無限大というべき曲面が確かにあります．(絵を書けば，一発でわかってもらえるんですが…)

問． 講義で,「依存する」,「依存しない」，ということが度々出てきますが，いろいろと計算した結果，依存する，しない，が分かるのか，それとも，定義とか仮定する段階で決まるのか分かりません．

答． 場合場合に依存します (case by case)．通常，講義でのべるからには，当り前ではないから言う，強調する，ということが多いと思います．ガウス曲率，共変微分が第１基本形式にだけ依存する，というのは，そのことが，当り前ではない，重要な事実だからです．たとえば，関数 $f(u,v)$ は u,v に依存するわけですが，もし，$f_u = 0$ ならば，実は，u には依存せず，v だけに依存すると言います．(もちろん，f は定数かも知れないので，v にも依存しないこともあるわけですが，一般的に言えるのは，v だけに依存する，ということですね．) 数学という学問は,「もの」と「もの」の関係を研究する学問であると言っても言い過ぎではないでしょう．その際，あるものが，別のあるものを変化させたとき，どう変わるか，変わらないか，ということは，避けて通れない，基本的な問題意識なのです．

問．「知られている」というのは，証明されている，という意味ですか？それとも，いくつか試してみて，そうなっているから使っているのか，どっちなのですか？

答． 数学で「知られている」というのは，例外なく，証明されている，という意味です．数学では，いくつか試してみて成り立っても，使いません．証明されていないことを使ったら，危険ですね．でも，そのような成り立ちそうな “ことがら” のうち，重要なものは,「予想」と呼ばれ，数学者は，何とかして，その予想を証明しようとして，一生を賭ける，または，棒にふります．リーマン予想 (正確にはリーマン仮説というかもしれません)，ポアンカレ予想，ギベンタリ予想，ABC 予想，など，未解決な予想がたくさんありますが，きりがないので，もうよそう．

問． 参考までにお聞きしたいのですが，石川先生は，１回の講義の用意 (準備) にどれぐらい時間を使っていますか？

答． そうですね，まあ，当然のことですが，私 (石川) の全人生で得たもの (能力，知識，経験など) をすべて，そのときそのときの講義に使っています．ですから，おおげさに言えば，いままで生きてきた，すべての時間，ということになるでしょうか．(かなりキザだな．) さて，そんな講義は，どれだけの効果があったでしょうか？皆さんはどう感じましたか？まあ，とにかく，おかげさまで，こちらは十分楽しませてもらいました．

問． 先生は「自分自身の知的世界を構築」と言っていますが,「自分自身」とは，個性のレベル，とか，ひとりよがり，とかいった意味で言っているのですか，それとも，それとは別の意味ですか？

答． 質問の意味がよくわからなかったのですが,「自分なりの」とか,「自分独自」のとか,「自分で納得した」とか,「人まねではない」とか,「受け売りではない」などと言った意味で使いました．つまり，誰でもやっている当り前のことです．他人の知的世界を構築はできないですからね．また誤解を招くかもしれないけれど，**自分の頭の中に磨きをかけよ**，ということです．**脳味噌のしわしわを１つでも増やせ**，ということです．

問． 代数学や位相空間論等で，よく $\cong$ (同型) が現われますが，同型という概念は，そんなに重要なんですか？

答． きわめて重要です．数学のどの分野でも重要です．それは，数学の１つの特性に関わっています．以前，数学は個別科学ではなく総合科学である，と書きましたが，その意味あいの１つに，**汎用性をめざす**，という点があります．**誰でも，いつでも使ってね**，ということです．つまり，数学の理論は，単一の使用目的のためだけに具体的な形で提供されるのではなく，なるべく抽象的な形で提供されるべきである．将来あるかもしれない潜在的な応用を常に考慮して，複数の目的のために使用可能なようにすべきである．本質的でない不純物は，極力排除して，理論は構成されるべきである，という態度です．たとえ話ですが，みかん１個とみかん１個で，みかん２個になりますね．これをもとに，みかん国では,「みかん数学」が発展しました．一方，りんご１個とりんご１個で，りんご２個になりますね．これをもとに，りんご国では,「りんご数学」が発展しました．でも，なし国では，なし数学はなかった．なし数学は，なし．でも，あるとき，なし国に住む “ようなし” 君が，みかん数学でも，りんご数学でも，“なし” でも，まったく同じではないか，それは，$1+1=2$ ということではないか，と言い出しました．抽象的で難しいことなので，バナナ国の学者は，そんな馬鹿な，と言いました．トマト国の人々は，戸惑いました．でも，数千年も経つうちに，みんな，当り前のように，$1+1=2$ を使うようになりました．もうそれが，みかんなのか，りんごなのか，こだわらないようになりました．もちろん，理論の生まれる初期段階 (みかん数学，りんご数学) では，１つの目的のために，具体的な形をとるのは，当然であるけれども，でもそのような理論は，将来，汎用性をもつように改良されるべきものである，という精神です．めざす方向として汎用性がある，ということです．また，教育上は，抽象的な説明より，１つの具体的目的に則して，具体的に説明したほうが，理論は分かりやすいことが多いけれども，一旦理解した後は，その本質を抽象し，もう一度，理解しなおさなければならない．そのプロセスを怠ると，せっかく学んだ理論を，応用することができなくなる，という考え方です．そうですね,「同型」という概念の重要性を理解するには，まず，**構造**という言葉にまず馴染んでください．文化人類学のレヴィ・ストロースらの提唱した「構造主義」の「構造」と同じニュアンスの言葉です．１つの構造 (たとえば，群構造，環構造，位相構造，計量構造) に注目し，与えられた２つの対象が，その構造のみに注目したとき，同じ構造を有している，というのが,「同型である」という意味ですね．すると，その構造に関する理論が，この２つ

の対象に，見かけ上いくら異なっているものであったとしても，等しく適用できる，というメリットが生じます．２個のみかんと，２個のりんごは，同じ「個数の構造」を共有しているのです．同じではないけれど，同型なのです．ところで，その後，聞くところによると，みかん国とりんご国の間では，みかん１個と，りんご１個で何個になるか，という議論が盛んだそうです．この場合，異質なものであるという情報を残したほうが，将来良いのではないか，と考え，ベクトルの概念を使ったらいいのでは，つまり，$(1,0)+(0,1)=(1,1)$ としたら，と助言しようと思っているのですが，皆さんはどう考えますか？

問．幾何がどうも苦手なのですが，幾何を学ぶヒントを教えてください．

答．そうですね，幾何を学ぶヒントは，突然ですが，α **波を出せ**！ということでしょうか．愉快なとき脳から出るのが α 波で，不快なとき出るのが β 波ですね．(といった話を聞いたことがあります．記憶も怪しいし，こんな単純は２分法が信頼できるとも思えませんが，まあ，もののたとえ，と思ってください．) 数学の講義をしようと思って，教室に入った瞬間，教室全体に β 波が漂っているのを感じることがあります．とたんに，こちらの α 波が，β 波に変ってしまいます．幾何では，機械的な計算はあまりなく，常にフレッシュな発想が特に要求されます．(本当は代数でも，解析でも，計算機数学でもそうです).「はい，何も考えずに，この計算規則で，計算してね．はい答が出ましたか，早く正確に計算できましたね．先生の言うことを良く聞いて偉いですね．では，次はこの公式を，習ったことだけ用いて導いてください．これは，必ずこういう筋道を通って，こういう論法で，示してください．それ以外は，私が教えていないから，絶対使ってはいけません．考えてもいけません．はい，良くできました．では，この公式を覚えましょう...」という講義なら，β 波で，なんとかなるかも知れませんが，それでは，幾何は，まったくわからないと思います．こう考えたらどうだろう，ああ考えたらいいかもしれない，そう考えてもおもしろい，といった多面的は理解が必要とされます．(実はどの分野でもそうです．) それには，α 波が必要です．そして，α 波を出せるようになる一番良い方法の１つが，**いつも質問を考えている**，ということなんです．α 波を出せ！

問．どの講義にも言えるのですが，なぜか途中から，内容が理解できなくなります．なぜでしょうか？

答．良くわかりませんが，ひょっとして，主体性の問題かもしれませんね．いくら頭が良くても，自分の興味のないことは，身につきません．当然ですね．どうでしょう，この夏休みに，君自身がおもしろそうと思える薄い１冊の数学書を，本屋で探して購入し，**完璧に読みこんでみたら**良いのではないでしょうか？完璧に，という意味は，どの部分も納得する，納得できなかったら，先生か友達の誰かに聞くなり，ほかの書物を見るなり，自分で，数日かけて考えるなりして，最終的に納得する，という意味です．その際，その数学書の後ろの方から読み始めて，必要があったら，前の方を読んでいく，という方法があります．ともかく，そうすることによって，自信をつけ，同時に基礎的な知識を身に付け，講義に興味がもてる力をつけていくことを薦めます．

問．純粋数学って，ただの趣味じゃないですか？たまに役立つのかもしれないけれど，ほとんど，ただ自分が知りたいから調べたみたいな感じがして，自己満足的で，非常に俺好みだと思うんですけど．

答．それは良かったね．基本的には，確かに純粋数学は趣味かもしれないですね．そういう意味では，応用数学も趣味ですね．すべての学問は趣味ですね．すべての人間活動で，いやいややっているもの以外，趣味と言えますね．そういう趣味的な部分がないと，やっていて楽しくないですね．やっている人が楽しくないと，見ている人，かかわっている人も楽しくないでしょうね．見ている人が楽しくないと，やっている人はますます楽しくなくなりますね．趣味的であること，言い換えると,「社会からの自由さ」，というのは絶対必要です．自己満足もおおいに結構で，**自己が満足しなければ，人も満足しない**でしょう．しかし，一方では，広い意味での「社会とのつながり」がないと，その自己満足の自己を鍛える，あるいは，自分を批判的に見る，ということができなくなり，結局やっていても，つまらない趣味になってしまうのではないでしょうか？つまり，自己満足もできない，ということでしょうか．結局ですね，どういうふうに役に立つか，ということを常に意識しながら，同時に，役に立つ，立たない，ということを度外視する，ということが，すべての (人間的な) 人間活動の基本であると考えます．

問．就職活動などで，質問書が出せない場合，救済措置というのはあるのでしょうか？

答．ありません．

解答者からの励ましとお礼：皆さんからの質問は非常に参考になりました．感謝しています．鋭い質問，センスのある質問，個性のある質問，感心しています．すべての質問に答えられませんでしたが，許してください．答えが見つからないときは，どんどん，直接質問しに来てください．さて，質問書は合計９回提出してもらいました．これに小テスト２回，レポート１回の成績を加味して評価をつけます．最後の小テストもがんばってください．(といっても，あらかじめ準備しておかないと，お手上げかもしれませんが．) どうぞこれからも，どんなことにも好奇心をもって，楽しく，知的に，自由に，辛抱強く，生きていってください．これがなかなか難しいのですが，ともかく応援します．ではまた．