

レポート表紙 基礎数学B (旧課程：数学序論2, 数学序論G)

担当 石川 剛郎 (いしかわ ごうお) (西暦2008年度後期)

- 提出先：8号館3階数学科事務室前の「基礎数学B」専用レポートボックス
- 締めきり：火曜日出題分は次の週の月曜日午後1時まで、金曜日出題分は次の週の木曜日午後1時まで締めきり厳守(遅れて提出されたものは残念ながら評価外).
- 必ずこの表紙を第1ページとして、その後にレポート用紙(A4版)を付け足すこと。(コピー不可).
- この表紙に、氏名、学生番号を明記すること.
- 答えだけでなく、推論・計算過程をできるだけ詳しく書くこと.

学年	(学部・学科)	学生番号	氏名
----	---------	------	----

No. 9 (西暦2008年12月16日(火)出題, 12月22日(月)午後1時締めきり)

9-1

$(X, \mathcal{U}_X), (Y, \mathcal{U}_Y)$ を位相空間とする. 次の問いに答えよ.

- (1) 直積 $X \times Y$ 上の直積位相 $\mathcal{U}_{X \times Y}$ を生成するような $\mathcal{O} \subset \mathcal{P}(X \times Y)$ を1つ与えよ.
- (2) $p_1: X \times Y \rightarrow X$ および $p_2: X \times Y \rightarrow Y$ を $p_1(x, y) = x$ および $p_2(x, y) = y$ で定義する. 写像 p_1 と p_2 が連続となるような $X \times Y$ 上の最弱位相を $\mathcal{U}'_{X \times Y}$ とするとき, $\mathcal{U}'_{X \times Y}$ は,

$$\mathcal{O}' = \{p_1^{-1}(U) \mid U \in \mathcal{U}_X\} \cup \{p_2^{-1}(V) \mid V \in \mathcal{U}_Y\}$$

で生成される位相である. さて, このとき, $\mathcal{U}_{X \times Y} = \mathcal{U}'_{X \times Y}$ が成り立つことを示せ. (5+15)

9-2

(X, \mathcal{U}) を位相空間とし, X 上に同値関係 \sim が与えられているとする. このとき商集合 X/\sim の上の商位相 $\mathcal{U}' \subset \mathcal{P}(X/\sim)$ を

$$U \in \mathcal{U}' \iff \pi^{-1}(U) \in \mathcal{U}$$

で定義する. ただし, $\pi: X \rightarrow X/\sim$ を自然は射影とする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 写像 π の定義をのべ, さらに $A \subset X/\sim$ に対して, $\pi^{-1}(A) \subset X$ がどんな集合になるか定義にしたがって説明せよ.
 - (2) \mathcal{U}' が X/\sim 上の位相となることを示せ. (10+10)
-