

レポート表紙 幾何学 A (旧課程：幾何学 3 など)

担当 石川 剛郎 (いしかわ ごうお) (西暦 2008 年度後期)

- 提出先：8号館3階数学科事務室前の「幾何学 A」専用レポートボックス
- 締めきり：出題した週の翌週の火曜日午後1時まで
締めきり厳守(遅れて提出されたものは残念ながら評価外).
- 必ずこの表紙を第1ページとして、その後にレポート用紙(A4版)を付け足すこと。(コピー不可).
- この表紙に、氏名、学生番号を明記すること.
- 答えだけではなく、説明・推論・計算過程をできるだけ詳しく書くこと.

学年 (学部・学科) 学生番号 氏名

No. 4 (西暦 2008 年 11 月 26 日 (水) 出題, 12 月 2 日 (火) 午後 1 時締めきり)

4-1 \mathbf{R}^3 の単位球面 S^2 が \mathbf{R}^3 の C^∞ 部分多様体であることを、正則値定理を用いて証明し、その余次元を求めよ。(10)

4-2 $M(2, \mathbf{R}) = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix} \mid x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbf{R} \right\}$ を 2 次実正方行列全体のなす空間とし、 $M(2, \mathbf{R})$ を \mathbf{R}^4 と同一視するとき、次の問いに答えよ.

(1) $GL(2, \mathbf{R})$ を $M(2, \mathbf{R})$ の中で正則行列の全体のなす部分集合とするとき、 $GL(2, \mathbf{R})$ が $M(2, \mathbf{R}) = \mathbf{R}^4$ の C^∞ 部分多様体になることを証明し、その余次元を求めよ。(10)

(2) $SL(2, \mathbf{R})$ を $M(2, \mathbf{R})$ の中で行列式が 1 である行列全体のなす部分集合とするとき、 $SL(2, \mathbf{R})$ が $M(2, \mathbf{R}) = \mathbf{R}^4$ の C^∞ 部分多様体になることを正則値定理を用いて証明し、その余次元を求めよ。(10)

4-3 N, M を C^∞ 多様体、 $F: N \rightarrow M$ を C^∞ 写像とする. このとき、任意の $y \in M$ と y の任意の近傍 U に対して、 $y' \in U$ が存在して、 $F^{-1}(\{y'\})$ が N の C^∞ 部分多様体になることを、Sard の定理と正則値定理を用いて証明せよ。(10)
