小テスト 微分積分学 I（１年１９組）

担当 石川 剛郎(いしかわ・ごうお)

No. 6　(平成１８年（西暦２００６年）６月５日)

年　　組　学生番号　　　　　　　　　　氏名

教科書，ノート，演習プリント，回答プリント類は見ないで，次の問に答えよ．

問１： 空欄・空白（２ヶ所）を埋めよ．

$f(x)$ が $x=a$ で微分可能とすると，$\lim_{x \to a} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a} = f'(a)$ から，$\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$ が示されるので，$f(x)$ は $x=a$ で ________ である．つまり，$f(x)$ が $x=a$ で__________ ならば連続である．

問２： 空欄・空白（２ヶ所）を埋めよ．

$f(x)$ が $x > a$ の範囲で微分可能で，$x \geq a$ の範囲で連続とする．平均値の定理により，$\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a} =$ ______ となる c $(a < c < x)$ が存在する．したがって，$x > a$ の範囲で $f'(x) > 0$ ならば，とくに $f'(c) > 0$ なので，$f(x) >$ ______ が成り立つことがわかる．

問３： 空欄・空白（５ヶ所）を埋めよ．

不等式 $e^{2x} > 1 + 2x + 2x^2$ $(x > 0)$ の証明について．

$f(x) = e^{2x} - (1 + 2x + 2x^2)$ とおく．いま，$f(x)$ が単調増加であることを示すために，$f'(x) > 0 (x > 0)$ を示したい．$f'(x) = 2e^{2x} - ($　　　　　　$)$ なので，$f'(0) =$ ______ である．$f'(x)$ をもう一度微分すると $f''(x) = 4e^{2x} - 4 > 0 (x > 0)$ となり，$f''(0) =$ ______ となる．また，$f'(x)$ は $x \geq 0$ の範囲で ________ なので，$f'(x) > 0 (x > 0)$ が示される．さらに，$f(x)$ も $x \geq 0$ の範囲で連続なので，________ の範囲で $f(x) > f(0) = 0$ が証明される．