基礎数学B講義演習プリント・出席確認

担当 石川 剛郎 (いしかわ ごうお) (西暦２０１５年度後期)

No. 2　西暦２０１５年１０月２日（金２）

学生番号　　　　　　　　　　**氏名**　解答例

2-1 $A, B, C \subset X$ のとき，等式 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ を示せ．

$\subset$ を示す．$x \in A \cup (B \cap C)$ とする　$x \in A$ または $x \in B \cap C$

$x \in A$ のとき，$x \in A \cup B$ かつ $x \in A \cup C$　よって $x \in (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$x \in B \cap C$ のときも $x \in A \cup B$ かつ $x \in A \cup C$ よって 〃

$\supset$ を示す　$x \in (A \cup B) \cap (A \cup C)$ とする．

$x \in A \cup B$ かつ $x \in A \cup C$

$x \in A \cup B$ だから $x \in A$ または $x \in B$　$x \in A$ のとき $x \in A \cup (B \cap C)$

$x \in A \cup C$ だから $x \in A$ または $x \in C$

$x \notin A$ のとき $x \in B$ かつ $x \in C$　よって $x \in B \cap C$　よって $x \in A \cup (B \cap C)$

2-2 $A, B \subset X$ かつ $C \subset Y$ のとき，等式 $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$ を示せ．

$\subset$ を示す

$(x, y) \in (A \cup B) \times C$ とする　$x \in A \cup B$ かつ $y \in C$

$x \in A$ のとき　$(x, y) \in A \times C$，$x \in B$ のとき $(x, y) \in B \times C$

よって $(x, y) \in (A \times C) \cup (B \times C)$

$\supset$ を示す　$(x, y) \in (A \times C) \cup (B \times C)$ とする　$(x, y) \in A \times C$ または

$(x, y) \in B \times C$，よって ($x \in A$ または $x \in B$) かつ $y \in C$　よって $(x, y) \in (A \cup B) \times C$

≪「数学の仕組み」に関するメモ≫

1. **集合の等式** $A = B$ を示すには，**包含関係** $A \subset B$ と $B \subset A$ の**両方**を示す．包含関係 $A \subset B$ を示すには，定義通り「$x \in A$ ならば $x \in B$」が成り立つことを示すのが正攻法である．

2. $A \subset X, C \subset Y$ のとき，$A \times C = \{(a, c) \in X \times Y \mid a \in X, c \in Y\}$ である．$A \times C \subset X \times Y$ である．

コラム． **数学の定理**は，多くの場合「$P \Rightarrow Q$」(P ならば Q) という論理的な形をしている．P を前提，Q が結論とよぶ．定理というものは，P が真（しん）の場合に，Q が真であることを保証する．前提 P が成り立たない場合については，何も主張していない．定理は，前提が成立しているかどうかにかかわらず，それ自体は常に真である命題のことである．

通常，定理「$P \Rightarrow Q$」の前提や結論には，いくつかの**変数** (variable) が入っている：「$P(x, y, \ldots) \Rightarrow Q(x, y, \ldots)$」．(ただし，変数と言っても，“数” とは限らない．集合や写像などが入る場合も多くある．) x, y が数の場合の一例を挙げる．「x, y が実数で $x^2 + y^2 = 0$ ならば $x = 0, y = 0$」という命題は，$P(x, y) \Rightarrow Q(x, y)$ の形をしている．定理というほど大げさなものではないが，とにかく正しい命題である．この場合，前提 $P(x, y)$ は「x, y が実数で $x^2 + y^2 = 0$」という命題である．結論 $Q(x, y)$ は「$x = 0, y = 0$」という命題である．もちろん，x, y を変えれば，$P(x, y)$ の真偽は変わる．$Q(x, y)$ の真偽も変わる．しかし，命題「$P(x, y) \Rightarrow Q(x, y)$」自体は x, y にかかわらず真な（正しい，成り立つ）命題なのである．