

# 基礎数学B 講義演習プリント・出席確認

担当 石川 剛郎 (いしかわ ごうお) (2015年度後期)

No. 18 西暦2015年12月4日 (金2)

学生番号

氏名

18-1.  $\mathbb{R}$  の通常の順序について,  $A = [0, 1)$  の最大元, 最小元, 極大元, 極小元, 上界, 下界, 上限, 下限を求めよ.

最大元	なし	上限	1
最小元	0	下限	0
極大元	なし		
極小元	0		
上界	$[1, \infty)$		
下界	$(-\infty, 0]$		

18-2.  $X = \mathbb{N}$  上に順序関係  $\preceq$  を 「 $x \preceq y \stackrel{\text{def}}{\iff} y$  は  $x$  の倍数」 により定める.  $A = 2\mathbb{N} \cup 3\mathbb{N} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ は } 2 \text{ の倍数または } 3 \text{ の倍数}\}$  に対して,  $A$  の最大元, 最小元, 極大元, 極小元, 上界, 下界, 上限, 下限を求めよ.

最大元	なし	上限	なし
最小元	なし	下限	1
極大元	なし		
極小元	2, 3		
上界	$\emptyset$		
下界	$\{1\}$		

◀ 「数学の仕組み」 に関するメモ ▶

1. 順序集合  $(X, \preceq)$  の部分集合  $A$  について,  $A$  の元のうち一番大きい元を最大元, 一番小さい元を最小元,  $A$  の元で, 比較できるものの中では一番大きい元を極大元, 比較できるものの中では一番小さい元を極小元,  $A$  の任意の元以上の元の集まりが上界, 上界の最小元が上限,  $A$  のすべての元以下の元の集まりが下界, 下界の最大元が下限.

最大元は極大元, 最小元は極小元.

もし,  $(X, \preceq)$  が全順序 (すべての2元が比較可能, 線形順序とも言う) のときは, 極大元は最大元, 極小元は最小元.

2. 問題 18-2 で,  $A = \mathbb{N}$  ならば,  $A$  の最大元は無し (存在しない), 最小元は 1, 極大元は無し, 極小元は 1, 上界は  $\emptyset$ , 下界は  $\{1\}$ , 上限は無し, 下限は 1.

コラム 集合の濃度について順序が定められる.  $\alpha = \text{Card}(X), \beta = \text{Card}(Y)$  について, 「 $\alpha \leq \beta \stackrel{\text{def}}{\iff} X$  から  $Y$  への単射が存在する」と定める. Bernstein の定理により, 「 $\alpha \leq \beta$  かつ  $\beta \leq \alpha$  ならば  $\alpha = \beta$ 」 が成り立つ.