

【幾何学3. 演習プリント 兼 出席調査】

2025年度1学期 木曜日3コマ目 206教室 担当 石川 剛郎

学生番号

氏名

解答例

第8回の演習問題.

半径 a の球面 $p = \begin{pmatrix} a \cos u \cos v \\ a \cos u \sin v \\ a \sin u \end{pmatrix}$ に対し, $u = u_0, -\frac{\pi}{2} < u_0 < \frac{\pi}{2}$ の上で,

円 $\gamma(v) = p(u_0, v) = \begin{pmatrix} a \cos u_0 \cos v \\ a \cos u_0 \sin v \\ a \sin u_0 \end{pmatrix}$ を考える. 次の問いに答えよ.

(1) $n(u_0, v) = \begin{pmatrix} -\cos u_0 \cos v \\ -\cos u_0 \sin v \\ -\sin u_0 \end{pmatrix}$ と弧長 s に関する微分 $\gamma' = \begin{pmatrix} -\sin v \\ \cos v \\ 0 \end{pmatrix}$,

$\gamma'' = \begin{pmatrix} -\frac{1}{a \cos u_0} \cos v \\ -\frac{1}{a \cos u_0} \sin v \\ 0 \end{pmatrix}$ に対して, $n_g = n \times \gamma'$ と $\kappa_g = \gamma'' \cdot n_g$ を求めよ.

(2) (1) で $\kappa_g = 0$ となる u_0 を求めよ.

その他, 講義内容についての質問やコメント等があれば, 自由に, ただし簡潔に記してください.
(質問・コメントは成績評価とは無関係.)

演習問題の解答 と, もしあれば質問・コメント. (スペースが足りなくなったときは, 表面にその旨を明示して裏面を使ってもよいです.)

$$\text{解答例 (1)} \quad n_g = n \times \gamma' = \begin{vmatrix} -\cos u_0 \cos v & \cos v \\ -\sin u_0 & 0 \\ -\cos u_0 \sin v & -\sin v \\ -\cos u_0 \cos v & -\sin v \\ -\cos u_0 \sin v & \cos v \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} \sin u_0 \cos v \\ \sin u_0 \sin v \\ -\cos u_0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \kappa_g &= \gamma'' \cdot n_g = \begin{pmatrix} -\frac{1}{a \cos u_0} \cos v \\ -\frac{1}{a \cos u_0} \sin v \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sin u_0 \cos v \\ \sin u_0 \sin v \\ -\cos u_0 \end{pmatrix} \\ &= -\frac{\tan u_0}{a} (\cos^2 v + \sin^2 v) = -\frac{\tan u_0}{a} \end{aligned}$$

(2) $-\frac{\pi}{2} < u_0 < \frac{\pi}{2}$ だから $\kappa_g = 0$ となるのは $\tan u_0 = 0$ すなわち $u_0 = 0$ のときである.

//