

【幾何学3. 演習プリント 兼 出席調査】

2025年度1学期 木曜日3コマ目 206教室 担当 石川 剛郎

解答例

学生番号 _____

氏名 _____

第3回の演習問題.

常螺旋 $p(t) = \begin{pmatrix} a \cos t \\ a \sin t \\ b t \end{pmatrix}$ ($a > 0, b > 0$) について, 次の問いに答えよ.

(1) $\dot{p}, \ddot{p}$ および $\ddot{p}$ を求めよ.

(2) $\dot{p} \times \ddot{p} = \begin{pmatrix} ab \sin t \\ -ab \cos t \\ a^2 \end{pmatrix}$, $|\dot{p} \times \ddot{p}| = a^2 b$ を確かめよ.

その他, 講義内容についての質問やコメント等があれば, 自由に, ただし簡潔に記してください. (質問・コメントは成績評価とは無関係.)

演習問題の解答 と, もしあれば質問・コメント. (スペースが足りなくなったときは, 表面に明示して裏面を使ってもよいです.)

$$(1) \quad \dot{p} = \begin{pmatrix} -a \sin t \\ a \cos t \\ b \end{pmatrix} \quad \ddot{p} = \begin{pmatrix} -a \cos t \\ -a \sin t \\ 0 \end{pmatrix} \quad \ddot{p} = \begin{pmatrix} a \sin t \\ -a \cos t \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$(2) \quad \dot{p} \times \ddot{p} = \begin{pmatrix} | a \cos t & -a \sin t | \\ b & 0 \\ | -a \sin t & -a \cos t | \\ -a \sin t & -a \cos t \\ a \cos t & -a \sin t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ab \sin t \\ -ab \cos t \\ a^2 \sin^2 t + a^2 \cos^2 t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ab \sin t \\ -ab \cos t \\ a^2 \end{pmatrix}$$

$$|\dot{p} \times \ddot{p}| = \begin{vmatrix} -a \sin t & -a \cos t & a \sin t \\ a \cos t & -a \sin t & -a \cos t \\ b & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= b \begin{vmatrix} -a \cos t & a \sin t \\ -a \sin t & -a \cos t \end{vmatrix}$$

$$= b (a^2 \cos^2 t + a^2 \sin^2 t)$$

$$= a^2 b$$