

学生番号 _____

氏名 _____

第1回の演習問題.

1. 平面ベクトル値関数(写像) $a(s) = \begin{pmatrix} a_1(s) \\ a_2(s) \end{pmatrix}$ と $b(s) = \begin{pmatrix} b_1(s) \\ b_2(s) \end{pmatrix}$ の内積と s -微分に関して, ライプニッツ則

$$(a(s) \cdot b(s))' = a'(s) \cdot b(s) + a(s) \cdot b'(s)$$

が成り立つことを成分を使って計算して確かめよ.

2. 曲率 $\kappa(s)$ が恒等的に 0 である平面曲線 $p(s)$ は直線に限ることを示せ.

その他, 講義内容についての質問やコメント等があれば, 自由に, ただし簡潔に記してください. (質問・コメントは成績評価とは無関係.)

演習問題の解答 と, もしあれば質問・コメント. (スペースが足りなくなったときは, 表面に明示して裏面を使ってもよいです.)

解答例 1. $a(s) \cdot b(s) = a_1(s)b_1(s) + a_2(s)b_2(s)$ なので

$$\begin{aligned}
 (a(s) \cdot b(s))' &= \{a_1(s)b_1(s) + a_2(s)b_2(s)\}' \\
 &= a_1'(s)b_1(s) + a_1(s)b_1'(s) + a_2'(s)b_2(s) + a_2(s)b_2'(s) \\
 &= \{a_1'(s)b_1(s) + a_2'(s)b_2(s)\} + \{a_1(s)b_1'(s) + a_2(s)b_2'(s)\} \\
 &= a'(s) \cdot b(s) + a(s) \cdot b'(s)
 \end{aligned}$$

2. $\Phi(s) = P'(s)$ により $\Phi'(s) = \kappa(s)P(s) = 0$ (零ベクトル)

$$\Phi(s) = \begin{pmatrix} a(s) \\ b(s) \end{pmatrix} \text{ とおくと } \begin{pmatrix} a'(s) \\ b'(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad a'(s)=0, b'(s)=0 \text{ かつ}$$

$$a(s) = a_0, b(s) = b_0 \quad (a_0, b_0 \text{ は定数})$$

$$P(s) = \begin{pmatrix} x(s) \\ y(s) \end{pmatrix} \text{ により } P'(s) = \begin{pmatrix} x'(s) \\ y'(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a(s) \\ b(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix},$$

$$x'(s) = a_0, y'(s) = b_0 \text{ だから}$$

$$x(s) = a_0 s + a_1, y(s) = b_0 s + b_1 \quad (a_1, b_1 \text{ 定数})$$

と表される. これは直線 (点 (a_1, b_1) を通り方向ベクトルが $\begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix}$ の直線) である

説明のし方はいろいろあり得ます.