

【幾何学1. 演習プリント 兼 出席調査】

2025年度1学期 火曜日3コマ目 304教室 担当 石川 剛郎

解答例

学生番号

氏名

第2回の演習問題.

1. 命題 $\exists x (P(x) \Rightarrow Q(x))$ の否定命題を書け.
2. 2つの集合 X, Y について, $X \neq Y$ (X と Y が等しくない) ということはどういうことか? なるべく論理的に (「集合の相等」の定義を参考にして) 説明せよ.

その他, 講義内容についての質問やコメント等があれば, 自由に, ただし簡潔に記してください. (質問・コメントは成績評価とは無関係.)

演習問題の解答 と, もしあれば質問・コメント. (スペースが足りなくなったときは, 表면에明示して裏面を使ってもよいです.)

解答例 1. $P(x) \Rightarrow Q(x)$ は $(\neg P(x)) \vee Q(x)$ と同値なので

$\exists x (P(x) \Rightarrow Q(x))$ の否定は

$$\forall x (\neg (P(x) \Rightarrow Q(x))) \quad \text{つまり} \quad \forall x (\neg ((\neg P(x)) \vee Q(x)))$$

$$\text{つまり} \quad \forall x (P(x) \wedge (\neg Q(x))) \quad \sim \text{答}$$

(答はいろいろあり得ます)

解答例 2.

2. $X=Y$ の定義は $\forall x (x \in X \Leftrightarrow x \in Y)$ だから

その否定は $\exists x (\neg (x \in X \Leftrightarrow x \in Y))$ (← これも正解)

ここで $x \in X \Leftrightarrow x \in Y$ は書き換えると

$$(x \in X \Rightarrow x \in Y) \wedge (x \in Y \Rightarrow x \in X) \quad \text{なので}$$

$\exists x (\neg (x \in X \Leftrightarrow x \in Y))$ は

$$\exists x (\neg ((x \in X \Rightarrow x \in Y) \wedge (x \in Y \Rightarrow x \in X))) \quad (\leftarrow \text{これもOK})$$

$$\text{つまり} \quad \exists x ((\neg (x \in X \Rightarrow x \in Y)) \vee (\neg (x \in Y \Rightarrow x \in X))) \quad (\leftarrow \text{これもOK})$$

$$\text{つまり} \quad \exists x (((x \in X) \wedge (x \notin Y)) \vee ((x \in Y) \wedge (x \notin X))) \quad (\leftarrow \text{これもOK})$$

と書きかえられる.

したがって

$X \neq Y$ は, $(x \in X \text{ かつ } x \notin Y)$ または $(x \in Y \text{ かつ } x \notin X)$
となる x が存在することである. 答

(答はいろいろあり得ます. ちゃんとした説明もあり得ます.)