

【幾何学1. 演習プリント 兼 出席調査】

解答例

2025年度1学期 火曜日3コマ目 304教室 担当 石川 剛郎

学生番号

氏名

第1回の演習問題.

定義. 数列 $\{a_n\}$ が α に収束するとは、「任意の正数 ε に対して, 番号 n_0 が存在して, $n_0 \leq n$ ならば $|a_n - \alpha| < \varepsilon$ 」が成り立つことである.

つぎの命題 (A) と命題 (B) を, 上の「収束」という用語の定義に (素直に) 従って, それぞれ書き換えてください. その上で, 命題 (A) と命題 (B) が同値であること (つまり, 必要十分条件であること, まったく同じ意味を持つこと) を確認してください:

命題 (A): 数列 $\{a_n\}$ が 0 に収束する.

命題 (B): 数列 $\{|a_n|\}$ が 0 に収束する.

その他, 講義内容についての質問やコメント等があれば, 自由に, ただし簡潔に記してください. (質問・コメントは成績評価とは無関係.)

演習問題の解答 と, もしあれば質問・コメント. (スペースが足りなくなったときは, 表面に明示して裏面を使ってもよいです.)

解答例

命題 (A) を書き換えると「任意の正数 ε に対して, 番号 n_0 が存在して, $n_0 \leq n$ ならば $|a_n - 0| < \varepsilon$ 」であり

命題 (B) を書き換えると「任意の正数 ε に対して, 番号 n_0 が存在して $n_0 \leq n$ ならば $||a_n| - 0| < \varepsilon$ 」となる.

このとき (a_n が何であっても) $|a_n - 0| = |a_n|$ であり

$||a_n| - 0| = |a_n|$ である.

したがって 命題 (A) も 命題 (B) も

「任意の正数 ε に対して, 番号 n_0 が存在して $n_0 \leq n$ ならば $|a_n| < \varepsilon$ 」

と同値である. したがって 命題 (A) と 命題 (B) は同値である. //

(解答はいくつあり得ます.)