

グラフのスペクトルにまつわる 古典解析と量子確率の話題

名古屋大学大学院多元数理科学研究科 洞 彰人

2009年6月1日～5日 佐賀大学

一応7分割しまして・・・

- ❖ 1. Overview
- ❖ 2. 測度と直交多項式(1)
- ❖ 3. 測度と直交多項式(2)
- ❖ 4. グラフの隣接行列の量子分解
- ❖ 5. 距離正則グラフにおける中心極限定理
- ❖ 6. 等質樹木における具体的な計算
- ❖ 7. Johnsonグラフにおける具体的な計算

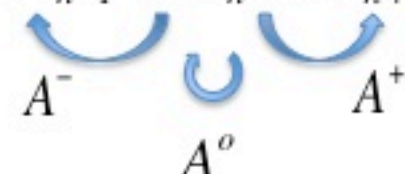
隣接行列の量子分解(QD)

グラフの隣接代数

$$\mathcal{A}(\mathcal{G}) \subset \tilde{\mathcal{A}}(\mathcal{G}) \subset \mathcal{L}(C_0(V))$$

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ \text{量子分解} \quad A = A^+ + A^- + A^o \end{array}$$

$$V = V_0 \cup V_1 \cup \dots \cup V_{n-1} \cup V_n \cup V_{n+1} \cup \dots$$

$$\Gamma(\mathcal{G}) = L_0 \oplus L_1 \oplus \dots \oplus L_{n-1} \oplus L_n \oplus L_{n+1} \oplus \dots$$


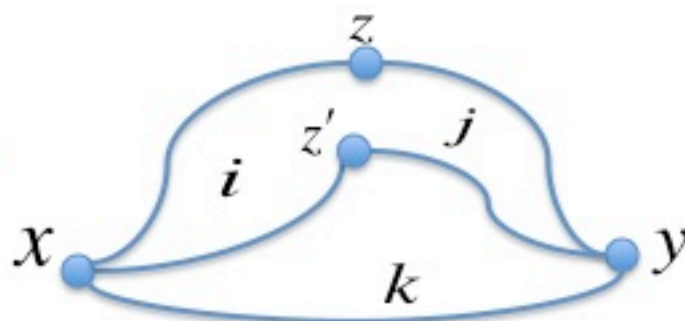
グラフの増大族の asymptotic spectral distribution

$$\phi\left(\left(\frac{A_v - m_v}{\sigma_v}\right)^k\right) \xrightarrow{v \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} x^k \mu(dx)$$

距離正則グラフにおける QCLT

距離正則性

$$P_{ij}^k$$



QCLTの基本形:

IFS上の生成・消滅作用素の積の行列要素



- ・ 真空, q -変形期待値
- ・ 位置作用素 (普通のCLT)

等質樹木 (homogeneous tree)

等質樹木のスペクトル分布 (真空期待値):
Kesten分布



次数 $K \rightarrow \infty$

Wignerの半円則 《自由CLT》

q -変形: Haagerup状態 \longrightarrow 自由Poisson分布

Johnson グラフ

- Grassman多様体の離散版
- Bernoulli-Laplaceの拡散モデル

QCLT（真空期待値）:

粒子数の比の極限に応じて

Laguerre
Meixner



指数分布
幾何分布

q -変形



複合Poisson分布