

問題 [1] 有限群 G 上の Fourier 変換 $\widehat{\cdot}$ と convolution $*$ の定義を述べ, $a, b \in L^1(G)$ に対して

$$\widehat{a * b}(\lambda) = \widehat{a}(\lambda)\widehat{b}(\lambda), \quad \lambda \in \widehat{G}$$

が成り立つことを示しなさい.

問題 [2] Rectangular diagram λ に対し, 2つのモーメント列 $\{M_n(\mathbf{m}_\lambda)\}$ と $\{M_n(\tau_\lambda)\}$ が

$$\sum_{n=0}^{\infty} M_n(\mathbf{m}_\lambda) \frac{1}{z^n} = \exp\left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{M_k(\tau_\lambda)}{k} \frac{1}{z^k}\right)$$

をみたす. このとき,

$$M_1(\mathbf{m}_\lambda) = M_1(\tau_\lambda) = 0, \quad M_2(\mathbf{m}_\lambda) = \frac{1}{2}M_2(\tau_\lambda)$$

が成り立つことを示しなさい. ただし, $M_1(\tau) = 0$ は認めてよい.

問題 [3] 次式から, $\Sigma_2(\lambda) = R_3(\mathbf{m}_\lambda)$ を導きなさい:

$$\Sigma_2(\lambda) = -\frac{1}{2}[z^{-1}] \left\{ \left(z - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{B_k(\mathbf{m}_\lambda)}{z^{k-1}} \right) \left(z - 1 - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{B_k(\mathbf{m}_\lambda)}{(z-1)^{k-1}} \right) \right\}.$$

ただし, $B_1(\mathbf{m}_\lambda) = R_1(\mathbf{m}_\lambda) = M_1(\mathbf{m}_\lambda) = 0$ は認めてよい.

- 提出先は, 数理・MI 研究所事務室です.
- 提出期限は 7月 日です.