

レポート用問題

※提出場所は, 数学事務室前のレポート提出用ボックス

※提出期限は, 2017年7月3日(月)

次の [I], [II] に答えなさい.

[I] 講義全体を章, 節に分けて適当な章題, 節題を考え, 各節に 2, 3 のキーワードを与えなさい.

[II] 次の問の中から任意題を選んで解答しなさい.

[問 1] 群 G 上の正定値関数 f が

$$|f(x)| \leq f(e), \quad x \in G$$

をみたすことを示しなさい. ただし, e は G の単位元である.

[問 2] 正定値行列の Schur 積 (Hadamard 積) が正定値であることを示しなさい.

[問 3] Laurent 級数表示

$$\Sigma_k(\lambda) = -\frac{1}{k} [z^{-1}] \left\{ \left(z - \frac{1}{2} \right)^{\downarrow k} \frac{\Phi(z; \lambda)}{\Phi(z - k; \lambda)} \right\}$$

の右辺を直接計算することにより,

$$\Sigma_1(\lambda) = p_1(\lambda) = |\lambda|, \quad \lambda \in \mathbb{Y}$$

を確認しなさい.

[問 4] Young グラフの経路空間 \mathfrak{T} 上の確率測度の構成について説明しなさい (つまり, どんな拡張定理をどのように適用するか).

[問 5] $\mathcal{P}(\mathfrak{T})$ に確率測度の弱収束の位相を与えるとき, 中心的な確率測度全体のなす $\mathcal{M}(\mathfrak{T})$ が閉部分集合であることを示しなさい.

[問 6] Young グラフは, 無限対称群

$$\mathfrak{S}_\infty = \bigcup_{n=1}^{\infty} \mathfrak{S}_n$$

の分岐グラフであった. しかれば,

$$\mathfrak{S}_\infty(\mathbb{Z}_2) = \bigcup_{n=1}^{\infty} \left((\mathbb{Z}_2)^n \rtimes \mathfrak{S}_n \right)$$

の分岐グラフはどう表されるかを答えなさい (なんとなくの予想とその理由でも可).