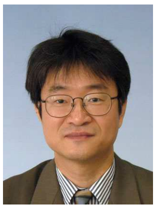
洞　彰人　(ほら　あきひと／HORA, Akihito)　教授



研　究　室　理学部 A 館 439 号室　(内線 2420)
電子メール　hora@math.nagoya-u.ac.jp
ウェブページ　http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~hora/

研究テーマ

- 確率論における極限定理
- 群の表現の漸近理論
- 非可換調和解析

研究の概要

洞の研究テーマは上記のとおりなので志望者はこの指とまれ··· と言ったところで、学生の皆さんは判断に困るでしょう。ですから、学生時代以来今日まで私が辿って来た道筋を述べることによって、研究の概要に代えることにしましょう。

４年の講究ではあまり標準的でない関数解析の本 (Kantorovich–Akilov) を読みました。学部生のときに一番勉強した数学の分野は何かと問われれば、おそらく線形位相でしょう。山崎泰郎先生の無限次元空間の測度の本に興味を持ち、大学院ではこの方面から数学の森に入っていきました。Banach 空間の局所理論に十分に根ざした無限次元空間における微分積分学 (超関数論を含む) の展開は、私の青春の夢です。同時に、４年のときからお世話になっていた平井武先生とそのスクールの先輩方の影響により、群の表現にも関心がありました。確率論と群の表現論をもっと融合できたらいいなと思い始めたのが、博士課程の後半くらいだったと思います。それを具体化する大きなきっかけになったのが、ランダムウォークのカットオフ現象に関する Diaconis の一連の仕事でした。

対称群上の Markov 連鎖は、粒子の拡散やカードシャッフル等の良いモデルを与えます。Diaconis は、多くのモデルにおいて、良く混ざった状態と全然混ざっていない状態とを明確に画する臨界時刻が捉えられることを指摘しました。カードシャッフルみたいな手でさわれるきわめて身近な対象でもこのような臨界現象が鮮やかに示されるということには驚かされます。そこで用いられる数学は、対称群の表現を駆使したスペクトル解析の方法です。このような方法は私にはたいへんしっくりきました。しかし、有限集合上の Markov 連鎖の定常分布への収束を扱っているにもかかわらず、カットオフ現象の定式化自体を自分なりに理解するのにずいぶん長い期間 (５年くらい) かかりました。統計力学や熱力学の本を読み直したりし、結局有限と無限の間合いを適切に測ることが大事だという考えに至りました。

この途中、坂内英一先生のおかげでアソシエーションスキームを知りました。アソシエーションスキームに出会うことによって初めて、私は数を勘定する楽しさを知ったと思います。アソシエーションスキームの知識は、カットオフ現象を調べるときに直接用いましたし、後述の量子確率論に関わる仕事をするときにもずいぶん助けになりました。

このように確率論におけるスケーリング極限の計算に親しみながら群の表現に関心を持っていた私にとって、非可換な確率変数族の取り扱いはさほど奇異なことではありませんでした。確率変数たちのなす関数環の土台を捨象して非可換な環 (作用素環) に住むのを許容するのが、いわゆる非可換確率論・量子確率論の枠組です。私は特に、古典的な中心極限定理の考え方が非可換な確率変数を媒介にして予想外の広範囲に浸透することに、強い興味を覚えました。その視点に基づいて、対称群の表現と Young 図形にまつわる組合せ論、グラフのラプラシアンのスペクトル解析、Voiculescu の自由確率論などから素材を仕入れつつ、漸近挙動とスケーリング極限を念頭において研究を続けています。

私は確率論でも表現論でも専門家と言えるほどの知識があるのかどうか疑問ですが、この２つが自分にとって両輪であることは明確に自覚しています。目下のところは、(多分に情緒的な表現ですが)巨大な群に一方ならぬ関心を持っていまして、その構造と表現の研究、およびその上での調和解析の展開を目指しています。そこはまさに、自分的には確率論と表現論とが渾然一体となった姿を楽しめるところ (そして場合によっては青春の夢に再会するところ) ではないかと期待しています。キーワードは、有限と無限の橋渡しです。

以上で言及した内容について書いた論文・著書を幾つか挙げておきますので、参考にしてください。

主要論文・著書

[1] A. Hora, On a Banach space of functions associated with a homogeneous additive process, Publ. RIMS Kyoto Univ. **24** (1988), 739–757.

[2] A. Hora, Quasi-invariant measures on commutative Lie groups of infinite product type, Math. Z. **206** (1991), 169–192.

[3] A. Hora, The cut-off phenomenon for random walks on Hamming graphs with variable growth conditions, Publ. RIMS Kyoto Univ. **33** (1997), 695–710.

[4] A. Hora, Central limit theorems and asymptotic spectral analysis on large graphs, Inf. Dimen. Anal. Quantum Probab. Relat. Top. **1** (1998), 221–246.

[5] A. Hora, Central limit theorem for the adjacency operators on the infinite symmetric group, Commun. Math. Phys. **195** (1998), 405–416.

[6] A. Hora, Gibbs state on a distance-regular graph and its application to a scaling limit of the spectral distributions of discrete Laplacians, Probab. Theory Relat. Fields **118** (2000), 115–130.

[7] Y. Hashimoto, A. Hora, N. Obata, Central limit theorems for large graphs: method of quantum decomposition, J. Math. Phys. **44** (2003), 71–88.

[8] A. Hora, A noncommutative version of Kerov's Gaussian limit for the Plancherel measure of the symmetric group, In: A.M.Vershik (ed.), Asymptotic combinatorics with applications to mathematical physics, LNM **1815**, Springer, 2003, 77–88.

[9] A. Hora, N. Obata, *Quantum probability and spectral analysis of graphs*, TMP, Springer 2007.

[10] A. Hora, T. Hirai, E. Hirai, Limits of characters of wreath products $\mathcal{S}_n(T)$ of a compact group T with the symmetric groups and characters of $\mathcal{S}_\infty(T)$, II. From a viewpoint of probability theory, J. Math. Soc. Japan **60** (2008), 1187–1217.

学生へのメッセージ

大学院の少人数クラスでは、確率論・関数解析・調和解析とその近傍に関する内容について、標準的で少し手強い単行本かある程度詳しい解説論文をしっかりと読み進めることを主たる目的にします。具体的な中身の目安は、もう余白が少なくなりましたので、これまでのコースデザインをご覧ください。博士後期課程について言えば、

- 自らテーマを定め、自立して本音で数学に取り組むこと
- 上に書いたような私のこれまでの研究の概要の中のどこかの部分と本質的に接点を有し、問題意識を共有できること

の２つの条件をみたす人でしたら、基本的に受け入れます。