

2007年度前期 数理科学展望 III (4年)・自然数理特論 2 (大学院) シラバス

担当 洞 彰人 (大学院多元数理科学研究科)

1. 講義内容

直交多項式とその周辺の話について講義する。主な概念は、

(*) 確率測度、モーメント列、直交多項式、ヤコビ係数 (行列)、スティルチェス変換。

これらが相互にどう関わっているかを解説する。これらをつなぐための概念は、

(**) モーメント問題、グラム・シュミットの直交化、テイラー (ローラン) 展開、逆転公式、3項間関係式、連分数、非交差分割、グリーン関数、スペクトル測度。

(いわばこの講義で行うのは、(*) を頂点、(**) を辺とするグラフの作成である。)

次の順序で4回に分けて講義を行う。

- i) 測度のモーメント列
- ii) 直交多項式とヤコビ係数
- iii) 有限ヤコビ行列
- iv) ヤコビ係数、モーメント、スティルチェス変換
- v) モーメント計算に現れる組合せ論

2. 到達目標

- ・直交多項式にまつわる解析の知識と技量を増す。
- ・その過程で、ルベーグ積分、複素関数、線形作用素の基本的な知識を再確認する。
- ・筋道立てた計算の楽しさを味わう。

3. 成績評価方法・基準

1回の講義で2、3題、全部で10題ほどの問題を提示する。その中から3題以上に対して(本質的に正しい)解答が与えられていれば、洞担当分のレポートについては合格ということにしたい。

4. 参考書

コースデザインに挙げた2冊

A. Hora, N. Obata, *Quantum Probability and Spectral Analysis of Graphs*, Theoretical and Mathematical Physics, Springer, 2007

P. Deift, *Orthogonal Polynomials and Random Matrices*, Courant Institute of Mathematical Sciences, New York University, 1999

に加え、より詳細な

G. Szegő, *Orthogonal Polynomials*, Amer. Math. Soc., 1975
も記しておく。

5. オフィスアワー

毎週水曜日 12時から13時。理学部 A 館 4 階の A441 号室 (洞研究室)。