2009 前期

確率論 (概論)I　シラバス

洞　彰人　（大学院多元数理科学研究科）

Part I では, 3 年生のときに学んだ Lebesgue 積分の理論と確率論との橋渡しを兼ねて, 関数解析・実解析の基本事項の中でとくに測度に関わる部分について述べる. Part II で確率論に入り, Kolmogorov の公理系に基づく基本的な用語・概念の導入から始めて, 独立確率変数列の和の古典的な理論 (大数の法則, 中心極限定理など) まで述べる. 主として実数値確率変数の場合を扱うが, コンパクト化を経由した議論はたいへん有効なので, 一般の距離空間の上の分布についても比較的詳しく論じる.

Part I　積分論続論

1. 可測関数列の収束の階層
2. Hahn 分解, Jordan 分解
3. Radon–Nikodym の定理
4. Riesz–Markov の表現定理
5. 関数空間 L^p, $C(K)$
6. Fourier 変換, 急減少関数

Part II　確率論入門

1. 基本用語
   - 確率空間, 確率変数, 確率分布
   - 期待値, 変数変換公式
2. 確率変数・確率分布の族の収束
   - 分布の弱収束
   - $\mathcal{P}(K)$ のコンパクト性
   - Prokhorov の定理
3. 分布の特性関数
   - Lévy の連続性定理
   - Bochner の定理
4. 独立確率変数
   - 測度の直積, 確率測度の無限直積
   - Kolmogorov の 0-1 法則
   - (絶対連続性 vs 特異性に関する角谷の定理)
5. 独立確率変数列の和
   - Kolmogorov の不等式, 級数の概収束・発散
   - 大数の法則, 中心極限定理
   - (大偏差原理)