解析学 C 講義予定

2016 (H28) 1 学期

洞　彰人

Lebesgue (ルベーグ) のアイデアに始まる測度に基づく積分論の筋道を解説する. $\mathbb{R}^d$ 上の Lebesgue 測度に限らず, 一般の枠組でこのような積分論を展開する. 一般論の効用としては, 次のようなことが挙げられる.

- さまざまな測度に関する積分が統一的に理解でき, 積分の本質が顕になる.
- 代数構造や位相構造とは独立に可測構造の上で関数の積分を考えられる. たとえば, ランダム性を表すパラメータ空間上の積分.
- 「複雑な」集合上の積分論が展開できる. たとえば, フラクタル集合.

解析学基礎 B で学ぶ $\mathbb{R}$ (あるいは $\mathbb{R}^d$) 上の Lebesgue 積分の知識は前提にする.

第 1 章　$\mathbb{R}^d$ 上の測度と積分

§1. Lebesgue 積分のアイデア, いくつかの用語・事実の復習
§2. Egorov (エゴロフ) の定理, Lusin (ルージン) の定理

第 2 章　測度空間と積分

§3. Lebesgue–Stieltjes (スティルチェス) 測度と積分
§4. 測度空間, 積分, いくつかの収束定理
§5. 外測度による測度の構成

第 3 章　加法的集合関数 (符号つき測度, 実測度)

§6. Hahn (ハーン) 分解, Jordan (ジョルダン) 分解
§7. Radon (ラドン) –Nikodym (ニコディム) の定理

第 4 章　$\mathbb{R}$ 上の微積分

§8. Vitali (ヴィタリ) の被覆定理
§9. 単調関数の微分法
§10. 微積分の基本定理

第 5 章　重積分

§11. $\mathbb{R}^2$ の場合
§12. 直積測度空間
§13. 直積測度空間における Fubini (フビニ) の定理

♠ 成績は, 期末試験とレポートによって判断する予定.

参考書

- 吉田洋一, ルベグ積分入門, 培風館, 1965. (文庫版: ちくま学芸文庫, 筑摩書房, 2015.)
- 吉田耕作, 測度と積分, 岩波講座基礎数学, 岩波書店, 1976.
- 伊藤清三, ルベーグ積分入門, 裳華房, 1963.
- 盛田健彦, 実解析と測度論の基礎, 培風館, 2004.